

PROJETO E IMPLEMENTAÇÃO DE FILTRO DE KALMAN EMBARCADO EM FPGA PARA O RASTREIO DE FOGUETES BALÍSTICOS*
DESIGN AND IMPLEMENTATION OF KALMAN FILTER EMBEDDED IN FPGA FOR TRACKING OF BALLISTIC ROCKET
DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE FILTRO KALMAN EMBARCARON EN FPGA PARA DETECCIÓN DE ROCKET BALLISTIC

Madson Cruz Machado

Pesquisador na área de Engenharia Elétrica, com ênfase em
filtragem estocástica, FPGA e redes neurais artificiais

João Viana da Fonseca Neto

Doutor em Engenharia Elétrica pela Universidade Estadual de Campinas

José Alano Peres Abreu

Mestre em Automação e Controle pela Universidade Federal do Maranhão

RESUMO: Neste trabalho faz-se uma abordagem acerca do filtro de Kalman no que tange a sua concepção, modelamento matemático, algoritmo de filtragem e implementação em FPGA (Field Programmable Gate Arrays). Faz-se também um breve estudo sobre o dispositivo lógico programável (PLD) do tipo FPGA, sua arquitetura e suas aplicações. Após o estudo acerca do filtro de Kalman e sobre FPGA pas-sa-se para a etapa de embarcar o filtro em hardware do tipo FPGA explorando as suas características de processamento paralelo. A etapa final é a validação do filtro executando o algoritmo de filtragem em FPGA usando dados reais de lançamento de foguetes balísticos. Os dados foram fornecidos pelo Centro de Lançamento de Alcântara (CLA). A principal contribuição deste trabalho é a implementação de uma arquitetura FPGA reconfigurável, garantindo uma plataforma rápida e suficiente para radares com alta precisão e boa capacidade de rastreamento de foguetes.

Palavras-chave: Filtro de Kalman. FPGA. Lançamento de foguete. Filtragem.

ABSTRACT: This work is an approach about the Kalman filter with respect to its design, mathematical modeling, filtering algorithm and implementation in FPGA (Field Programmable Gate Arrays). Also make a brief study on the programmable logic device (PLD) type FPGA, its architecture and its applications. After the study of the Kalman filter on FPGA and passes to the step of embedded on the filter in FPGA type hardware exploring its features parallel processing. The final step is to validate the filter running filtering algorithm in FPGA using real data from launching ballistic rockets. The data were provided by the Alcantara Launch Center (CLA). The main contribution of this work is the implementation of a reconfigurable FPGA architecture, ensuring fast enough to radar platform with high accuracy and good tracking capability rockets.

KEYWORDS: Kalman filter. FPGA. Rocket launching. Filtering.

* Trabalho premiado durante o XXV Encontro do SEMIC, realizado na UFMA, entre os dias 18 a 22 de novembro de 2013. Artigo recebido em fevereiro de 2014
Aprovado abril de 2014

RESUMEN: Este trabajo es un enfoque sobre el filtro de Kalman con respecto a su diseño, el modelado matemático y la implementación algoritmo de filtrado en FPGA (Field Programmable Gate Arrays). También hace un breve estudio sobre el dispositivo lógico programable (PLD) tipo FPGA, su arquitectura y sus aplicaciones. Tras el estudio del filtro de Kalman en FPGA pasa a la etapa de embarcarse en la FPGA hardware tipo de filtro explorar sus características de procesamiento paralelo. El último paso es validar el filtro funcionando algoritmo de filtrado en FPGA utilizando datos reales de lanzamiento de cohetes balísticos. Los datos fueron proporcionados por el Centro de Lanzamiento de Alcántara (CLA). La principal contribución de este trabajo es la implementación de una arquitectura FPGA reconfigurable, asegurando la suficiente rapidez a la plataforma de radar con alta precisión y buenos cohetes capacidad de seguimiento.

PALABRAS CLAVE: Filtro de Kalman. FPGA. Cohete de lanzamiento. El filtrado.

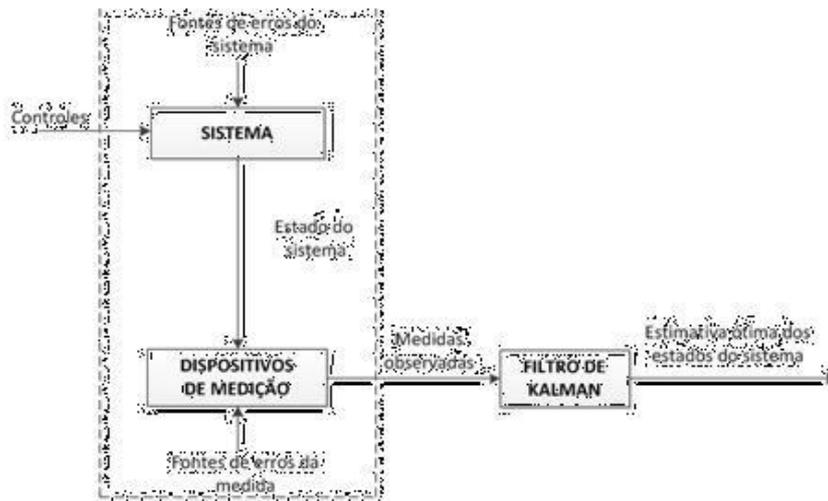
1 | Introdução

Este trabalho propõe uma arquitetura de hardware baseada em FPGA para o problema da fil-tragem de sinais de radar para rastreamento de foguetes. A arquitetura é constituída por módulos de hardware. A ideia é projetar um sistema embarcado em FPGA e mostrar que o seu desem-pe-nho é superior às execuções em software. Esta melhora é alcançada, explorando o paralelismo a nível de hardware (LEE; SALCIC, 1997a; MERHI et al., 2006). A complexidade da execução do presente trabalho pode ser considerada alta, uma vez que envolve uma grande quantidade de operações aritméticas. Além disso, foram criadas interfaces de comunicação de software e hardware para a leitura de dados de rastreamento. Pretende-se mostrar que o dispositivo recon-figurável FPGA é uma plataforma viável para a implementação de sistemas de filtragem usados em rastreamento de foguetes.

1.1 | Filtro de Kalman

Com os avanços na computação digital, o fiiltro de Kalman tem sido bastante investigado devi-do ao seu conjunto de equações matemáticas que proporciona uma eficiente solução (recursiva) computacional baseada no método dos mínimos quadrados. O fiiltro é muito poderoso em vários aspectos: ele suporta estimativas do passado, do presente e até de estados futuros, e pode fa-zê-lo, mesmo quando a natureza do sistema modelado é desconhecida (GREG; GARY, 2001). Uma aplicação típica do fiiltro de Kalman pode ser vista na figura 1 (MAYBECK, 1979).

Figura 1 - Aplicação típica do filtro de Kalman



Fonte: Maybeck (1979)

1.2 | O Processo a ser estimado

Para que o fiiltro de Kalman seja utilizado na fiiltragem de sinais o processo a ser medido deve ser descrito por um sistema linear ou por uma aproximação de um sistema linear. Um sistema linear é descrito pelas duas equações seguintes:

Equação do estado,

$$X(k + 1) = AX(k) + W(k) \quad (1)$$

Equação da medida,

$$Y(k + 1) = CX(k) + V(k) \quad (2)$$

Nas equações acima A é a matriz que relaciona X(k) e X(k + 1) e C é a matriz que relaciona X(k) e Y(k), k é o índice de tempo, X é o estado do sistema, Y é a saída medida, e W e V são os ruídos. A variável W é chamada de ruído do processo, e V é chamado de ruído da medição (GREG; GARY, 2001).

As equações do filtro de Kalman podem ser divididas em dois grupos:
Equações de atualização do tempo (“predição”)

$$P1(k/k - 1) = AP(k - 1/k - 1)A^T + Q(k - 1) \quad (3)$$

$$\tilde{X}1(k/k - 1) = A \tilde{X}(k - 1/k - 1) \quad (4)$$

Equações de atualização da medida (“correção”)

$$K(k) = P1(k/k - 1)C^T [CP1(k/k - 1)C^T + R(k)]^{-1} \quad (3)$$

$$\tilde{X}(k/k) = \tilde{X}1(k/k - 1) + K(k)[Y(k) - \tilde{Y}(k)] \quad (4)$$

$$P(k/k) = P1(k/k - 1) - K(k)CP1(k/k - 1) \quad (5)$$

Onde P1(k/k-1) é o erro de covariância a priori estimado, $\tilde{X}1(k/k-1)$ é a estimativa do estado a priori, $\tilde{Y}(k)$ é a saída estimada, K(k) é o ganho do filtro de Kalman, $\tilde{X}(k/k)$ é o estado estimado a posteriori, e P(k/k) é o erro de covariância a posteriori estimado. A matriz de covariância do ruído do sistema Q(k) e a covariância do ruído medido R(k) são:

$$Q(k) = E[W(k)W^T(k)] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \sigma_1^2(k) \end{bmatrix}$$

$$R(k) = E[V(k)V^T(k)] = \sigma_p^2(k)$$

Onde $\sigma_1^2(k) = E[W_1^2(k)]$ é a variância de T multiplicada pela aceleração radial e $\sigma_p^2(k) = E[V_1^2(k)]$ é a variância de T multiplicada pelo ruído de medida radial. As equações do filtro de Kalman podem finalmente ser reescritas como:

$$\tilde{Y}(k/k) = C\tilde{X}1(k/k - 1)$$

$$P1(k/k) = \begin{bmatrix} P1_{11}(k) & P1_{12}(k) \\ P1_{21}(k) & P1_{22}(k) \end{bmatrix}$$

$$P(k/k) = \begin{bmatrix} P_{11}(k) & P_{12}(k) \\ P_{21}(k) & P_{22}(k) \end{bmatrix}$$

$$K(k) = [K_{11}(k), K_{21}(k)], \quad R(k) = \sigma_p^2(k)$$

sendo:

$$P_{111} = P_{11} + TP_{12}, P_{112} = P_{12} + TP_{22}$$

$$P_{121} = P_{21} + TP_{22}, P_{122} = P_{22} + \sigma_1^2$$

$$X_{11} = X_1 + TX_2, X_{12} = X_2, \hat{Y}_1 = X_{11}$$

$$K_{11} = P_{111} / (P_{111} + \sigma_p^2), K_{21} = P_{121} / (P_{111} + \sigma_p^2)$$

$$X_1 = X_{11} + K_{11}(Y_1 - \hat{Y}_1), X_2 = X_{12} + K_{21}(Y_1 - \hat{Y}_1)$$

$$P_{11} = P_{111} - P_{111}K_{11}, P_{12} = P_{112} - P_{112}K_{11}$$

$$P_{21} = P_{121} - P_{111}K_{21}, P_{22} = P_{122} - P_{112}K_{21}$$

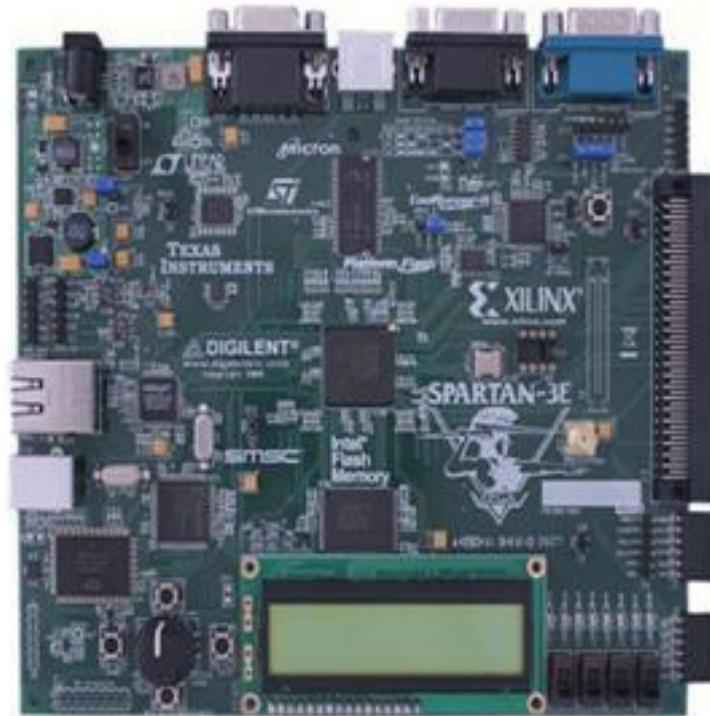
As equações acima, que estavam escritas de forma matricial anteriormente, agora estão escritas de forma linear. Isso permite que as mesmas sejam processadas de forma paralela aproveitando, dessa forma, os recursos de paralelismo inerentes do FPGA (LEE; SALCIC, 1997).

1.3 | O FPGA

Introduzido em 1985 pela empresa Xilinx, o Field Programmable Gate Arrays (FPGA) é um dispositivo programável que consiste, como o Dispositivo Lógico Complexo Programável (CPLDs), de três partes principais: um conjunto de células lógicas programáveis também chamado de blocos lógicos ou blocos lógicos configuráveis; uma rede de interconexões programáveis e um conjunto de células de entrada e saída em torno do dispositivo. A função a ser implementada em FPGA é particionada em módulos, cada um dos quais pode ser implementado em um bloco lógico. Os blocos lógicos são então ligados em conjunto, utilizando a interligação programável (BOBDA, 2007). Todos os três componentes básicos de um FPGA (bloco lógico, a interconexão e entradas e saídas) podem ser programados pelo próprio usuário. Os FPGAs podem ser programados uma vez ou várias vezes, dependendo da tecnologia utilizada.

A placa FPGA utilizada neste trabalho para embarcar o filtro de Kalman foi a Spartan 3E. Na figura 2 mostra-se a placa utilizada na pesquisa. O ambiente de programação utilizado foi o LabVIEW.

Figura 2 - Spartan 3E BOARD.

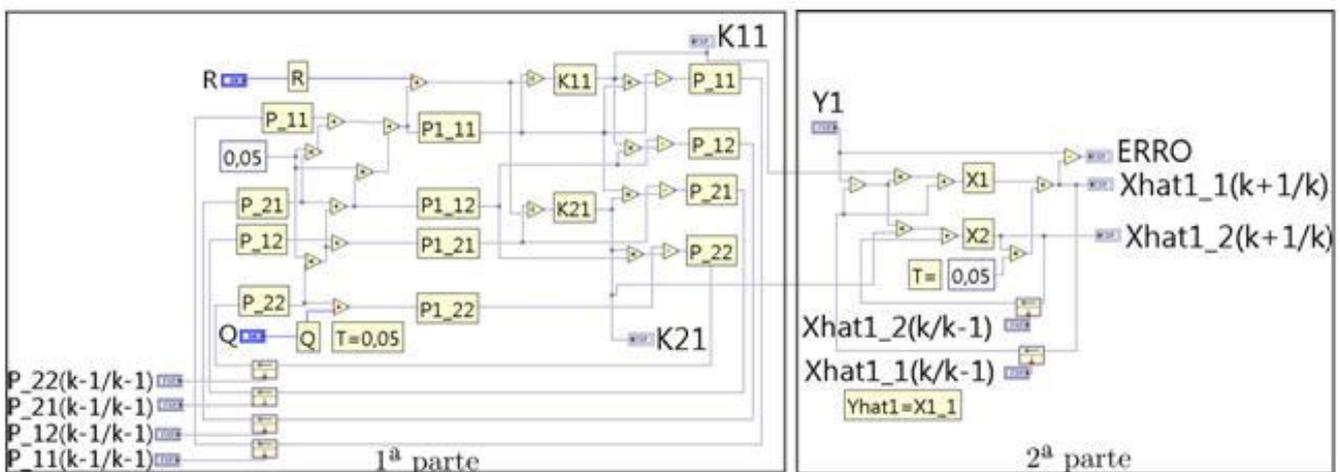


Fonte: Xilinx (2006)

2 | IMPLEMENTAÇÃO DO FILTRO DE KALMAN EM FPGA

Foram implementadas no FPGA as equações do filtro de Kalman na forma escalar. Essas equações estão divididas em duas partes conforme figura 3.

Figura 3 - Equações do filtro de Kalman na forma escalar



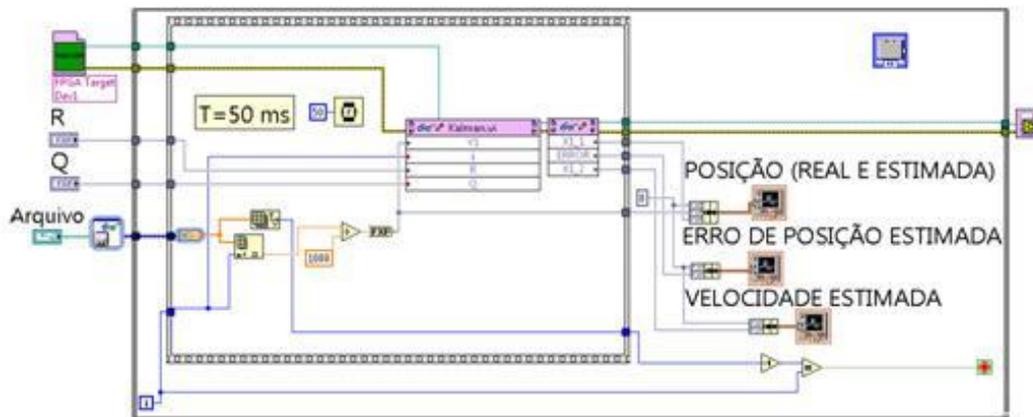
Fonte: Elaborado pelos autores

Na figura 3, o valor de T foi de 0,05 s ou 500 ms, pois a frequência de amostragem dos radares existentes no CLA para fazerem o rastreamento dos foguetes lançados é de 20 Hz. Nessa VI os dados de entrada são o ruído e a matriz do erro da covariância a priori e as saídas são a posição filtra-

da, a velocidade estimada pelo filtro de Kalman e o erro de estimação da posição.

Para a trajetória real do lançamento de foguetes foram utilizados os seguintes dados de inicialização do filtro de Kalman: $R = 400$, $Q = 10$, $\Sigma = 0$, $P = [100 \ 0; 0 \ 100]$ e $T = 500$ ms. Para a construção dessa VI foram utilizados blocos que realizam operações matemáticas básicas de adição, subtração, multiplicação e divisão. Neste projeto foram usados nove somadores, seis subtratores, dez multiplicadores e dois divisores (FONSECA et al., 2013).

Figura 4 - Filtragem da trajetória de um foguete balístico por FPGA



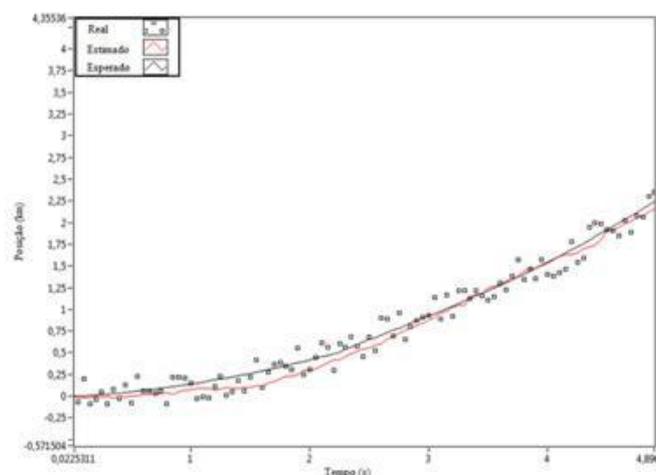
Fonte: Elaborado pelos autores

Essa VI realiza a interface entre o hardware FPGA e o computador. Os dados de entrada são os ruídos do processo e da medida, posição e velocidades iniciais, matriz de covariância do erro e o arquivo que contém os dados da posição do foguete lançado. Esses dados são enviados para o FPGA que realiza o algoritmo de filtragem e retorna para o computador os dados de posição e velocidade estimadas, além do erro da posição estimada. Em seguida os dados de entrada e saída são plotados em três gráficos. Os gráficos podem ser vistos nas figuras 5, 6 e 7.

3 | Resultados

Da figura 5, pode-se visualizar que a trajetória real é muito ruidosa, mas o filtro de Kalman reduz, e muito, o efeito do ruído deixando a trajetória estimada (em vermelho) mais suave. A curva preta é a trajetória nominal do foguete, ou seja, sem considerar os ruídos do sistema.

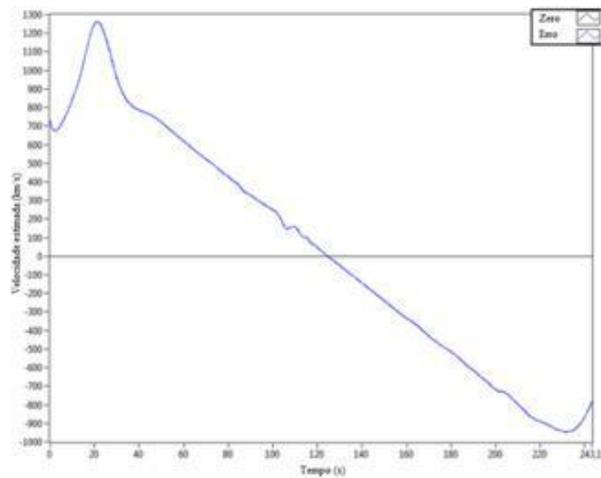
Figura 5 - Posição real, estimada e esperada



Fonte: Elaborado pelos autores

Na Figura 6, tem-se a velocidade estimada da trajetória do foguete. Essa velocidade é obtida de forma indireta, pois o que se tem são os dados de posição e não de velocidade.

Figura 6 - Velocidade estimada pelo filtro

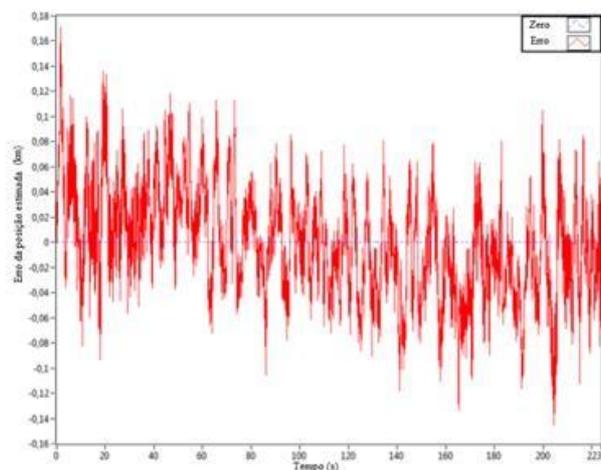


Fonte: Elaborado pelos autores

O gráfico acima mostra que a velocidade do foguete, inicialmente, cresce bastante e após a queima do combustível começa a decrescer até quando alcança o apogeu. Em seguida a velocidade do foguete aumenta em módulo até alcançar a superfície terrestre.

Na figura 7, tem-se o gráfico do erro estimado. Este gráfico relaciona a posição estimada pelo filtro de Kalman com a trajetória esperada.

Figura 7 - Erro da posição estimada pelo filtro



Fonte: Elaborado pelos autores

O valor do erro varia próximo de zero. Isso significa que os ganhos do filtro estabilizaram rapidamente e que a estimativa é muito boa, pois a posição estimada está sempre próxima da trajetória esperada.

4 | Considerações finais

Esse trabalho foi muito interessante e empolgante no sentido de se aprender uma nova tecnologia de hardware chamada FPGA, que vem sendo muito empregada no ramo científico. Juntamente com esse conhecimento pode-se agregar a teoria e aplicação do filtro de Kalman que é um estimador linear.

Através desse trabalho pode-se perceber que as operações do filtro de Kalman na forma escalar implementadas em FPGA são realizadas de forma paralela, garantindo uma plataforma rápida o suficiente para radares com alta precisão e boa capacidade de rastreamento de foguetes.

Agradecimentos

CNPq, UFMA, PIBIC.

Referências

- ABREU, J. A. P.; FONSECA NETO, J. V.; OLIVEIRA, R. C. L. Ballistic rockets tracking: Kalman versus α - β - γ filters. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTER MODELLING AND SIMULATION, 13., 2011, Cambridge. Proceedings... Cambridge: IEEE Computer Society, 2011. P. 313-318.
- BOBDA, C. Introduction to reconfigurable computing: architectures, algorithms and applications. Germany: Springer Verlag, 2007.
- BOZIC, S. M. Digital and Kalman Filtering. London: Edward Arnold, 1984.
- FONSECA, J.V. et al. Kalman filter embedded in fpga to improve tracking performance in ballistic rockets. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTER MODELLING AND SIMULATION, 15. 2013, Cambridge. Proceedings... Cambridge: IEEE Computer Society, 2013, p. 606-6010.
- GREG, W.; GARY, B. An introduction to the Kalman Filter. In: ANNUAL CONFERENCE ON COMPUTER-GRAPHICALS, 28., 2001, Los Angeles. Proceedings... Los Angeles: SIGGRAP, 2001, p. 1-87.
- LEE, C.R.; SALCIC, Z. A fully-hardware-type maximum-parallel architecture for kalman tracking filter in FPGAs. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INFORMATION, COMMUNICATIONS AND SIGNAL PROCESSING, 1997, Singapore. Proceedings... Singapore: IEEE Signal Processing Society, 1997. P. 1243-1247.
- MAYBECK, P. S. Stochastic models, estimation, and control. New York: London, 1979. (Mathematics in science and engineering, v. 1).
- MERHI, Z. et al. A fully-pipelined parallel architecture for kalman tracking filter. In: INTERNATIONAL WORKSHOP ON COMPUTER ARCHITECTURE FOR MACHINE PERCEPTION AND SENSING, 2006, Montreal. Proceedings... Montreal: [s.n.], 2006. P. 81-86.
- SIMON, D. Kalman filtering. Embedded Systems Programming. v. 14, n. 6, p. 72-79, June 2001.
- XILINX. Spartan-3E Starter Kit Board User Guide. USA, March 2006