

## **CONSTRUINDO CONHECIMENTO DE MÉDIA, MEDIANA E MODA: uma investigação docente**

**BUILDING KNOWLEDGE ABOUT MEAN, MEDIAN AND MODE: a teaching research**

**CONSTRUYENDO CONOCIMIENTO DE MEDIA,  
MEDIANA Y MODA: una investigación docente**

Raimundo Luna Neres

Professor Doutor da Universidade Federal do Maranhão (UFMA).  
São Luís -MA, Brasil.  
raimundolunaneres@gmail.com

Regiane Braz da Silva Cantanhêde

Professora Mestre do Instituto Federal do Maranhão (IFMA).  
Açailândia -MA, Brasil.  
regiane.braz@ifma.edu.br

### **Resumo**

Apresenta-se neste artigo uma pesquisa realizada junto a alunos do terceiro ano do ensino médio de escolas públicas da cidade de Açailândia – MA. O objetivo foi investigar a viabilidade de Ensino e Aprendizagem das medidas de tendência central: média, mediana e moda, com aporte no método de Resolução de Problemas. Foi uma pesquisa de natureza qualitativa, sendo os dados obtidos por meio de observações e mediações de atividades desenvolvidas em sala de aula em conteúdos relativos às medidas estatísticas investigadas. Constatou-se que os alunos apresentaram bom desempenho na construção da resolução de problemas propostos, assim como em relação aos conteúdos discutidos e ministrados. Constatou-se, também, que essa metodologia de ensino instiga o aluno à busca de novas heurísticas, desenvolve o senso investigativo e apropriação de conceitos, além de proporcionar a curiosidade, contribuindo, desta forma, para o desenvolvimento de suas potencialidades cognitivas. Constatou-se, ainda, que a maioria dos professores de Estatística em Açailândia não conhecia essa metodologia, usando a teoria de Resolução de Problemas. Acreditamos que essa metodologia facilita a aprendizagem, desempenhando um papel importante no desenvolvimento de habilidades estatísticas.

**Palavras-chave:** Média. Mediana. Moda. Resolução de problemas. Ensino e aprendizagem de Estatística.

### **Abstract**

This article presents a research done among students of the last grade of high school of a public school in the city of Açailândia – MA. The goal was to investigate the viability of Teaching and Learning about central tendencies' measures: mean, median and mode with the support of the Resolution of problems method. It was a research of qualitative nature and the data was obtained through observation and mediations of activities developed into the class in contents of the statistical measures investigated. It was verified that the students showed good performance in the construction of the proposed problem's resolution, as well as in relation to the contents discussed and given. It was also found that this knowledge methodology instigates the student to search for new heuristics, develops the investigative sense and ownership of concepts, and also provides curiosity, which contributes to the development of their cognitive potentialities. And it was verified that most of the Statistics teachers in Açailândia did not know this methodology, generally using the Problem Solving theory. We believe that this methodology facilitates the learning, performing an important role in the developed of statistics abilities.

**Keywords:** Mean. Median. Mode. Resolution of problems. Teaching and Learning of statistic.

## Resumen

Se presentado en este artículo una investigación hecha con alumnos del tercer año de la enseñanza media de las escuelas públicas de la ciudad de Açailândia - MA. (Brasil). El objetivo fue investigar la viabilidad de la Enseñanza y Aprendizaje de las medidas de tendencia central: media, mediana y moda con contribución en el método de Resolución de Problemas. Fue una investigación cualitativa, siendo los datos obtenidos por medio de observaciones y mediaciones en las actividades desarrolladas en la clase en contenidos relativos a esas medidas estadísticas. Se ha constatado que los alumnos presentaron un buen rendimiento en la construcción de la resolución de los problemas propuestos, así también cuanto a los contenidos discutidos y ministrados. Fue observado también que esa metodología de la enseñanza instiga el alumno a la búsqueda de nuevas heurísticas, desarrolla el sentido investigativo y la apropiación de los conceptos; además proporciona la curiosidad e contribuye para el desarrollo de sus potencialidades cognoscentes. Se constató además, que la mayor parte de los profesores, que enseñan estadísticas, en Açailândia, no conocía esa metodología, usando la teoría de la Resolución de Problemas. Con respecto a los otros métodos que también tienen su valor, se acredita que esa metodología facilita el aprendizaje y desempeña un papel importante en el desarrollo de habilidades estadísticas.

**Palabras clave:** Media. Mediana. Moda. Resolución de problemas. Enseñanza y aprendizaje de Estadística.

## 1 INTRODUÇÃO

Este artigo apresenta os resultados de uma pesquisa realizada em 10 escolas públicas de ensino médio do município de Açailândia – MA<sup>1</sup>, sendo nove escolas estaduais e uma federal. Para isso, aplicaram-se questionários a professores da rede pública e adotou-se a metodologia de Resolução de Problemas no ensino de conteúdos de Estatística Descritiva a um grupo de alunos tanto das escolas públicas quanto do Instituto Federal do Maranhão – IFMA, Campus Açailândia. A pesquisa foi desenvolvida no ano de 2015, com o objetivo de verificar a viabilidade do ensino de Estatística ser mediado pela aplicação da metodologia de Resolução de Problemas, com aporte em Onuchic e Allevato (2011) e Allevato e Onuchic (2014). Também procurou verificar qual metodologia de ensino os professores de Estatística (Matemática), da cidade de Açailândia, utilizam no processo de ensino e aprendizagem desta componente curricular, no 3º ano do ensino médio da Educação Básica.

Para essas autoras, no ensino de Matemática por meio da Resolução de Problemas, o problema é visto como ponto de partida para a aquisição de novos conhecimentos. O aluno torna-se o protagonista da sua aprendizagem, enquanto o papel do professor é o de facilitador do processo. Nesse sentido, para a construção do conhecimento matemático, por meio dessa metodologia de ensino e aprendizagem, devem-se seguir os seguintes passos: 1) proposição do problema, 2) leitura individual, 3) leitura em conjunto, 4) resolução do problema, 5) observação e incentivo, 6) registro das resoluções na lousa, 7) plenária, 8) busca do consenso, 9) formalização do conteúdo, 10) proposição e resolução de novos problemas. As resoluções dos problemas trabalhados, nessa perspectiva, constituíram a base principal de análise de dados desta pesquisa.

Por outro lado, em geral, nas escolas, ensina-se *para* resolver problemas, e de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais-PCN (BRASIL, 1998), essa metodologia não tem desempenhado seu verdadeiro papel no ensino de Matemática. Muitas vezes, a referida metodologia é usada apenas como aplicação dos conhecimentos adquiridos ou ainda como um recurso do professor para avaliar a aprendizagem de seus alunos. Nesse caso, a ideia que prevalece é a de que o aluno aprende por repetição, imitando os procedimentos do professor.

Para a coleta de dados, foram aplicados 25 questionários para 25 professores de Matemática da 3ª série do ensino médio das escolas públicas de Açailândia. Conseguimos levantar informações de 15 professores, aproximadamente 60% do quadro de docentes pesquisados. Embora não seja possível estender nossas conclusões a todo o grupo de professores de Matemática/Estatística da rede pública estadual de ensino da cidade

<sup>1</sup> Esta pesquisa utiliza parte dos dados coletados para a elaboração da dissertação de Mestrado de Regiane Braz da Silva Cantanhede, para obtenção do título de Mestre em Matemática do Programa de Pós-Graduação em Rede Nacional – Matemática/PROFMAT, da Universidade Federal do Maranhão – UFMA.

de Açailândia. Reconhecemos serem relevantes essas informações do quantitativo de professores que responderam ao questionário, pois nos ajudaram a traçar um perfil dos professores, assim como nos permitiu perceber como se dá o ensino de Estatística em boa parte das salas de aula das escolas estaduais da cidade.

Esta pesquisa, em princípio, nasceu da nossa inquietação com relação aos últimos resultados publicados pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira – Inep (2013, 2015), no que concerne ao aproveitamento escolar dos alunos da Educação Básica, especificamente dos alunos do terceiro ano do ensino médio, na disciplina de Matemática, da qual os conteúdos de Estatística fazem parte. No Maranhão, o aproveitamento dos alunos do terceiro ano do ensino médio, nesse período, passou de 2,8 em 2013 para 3,1 em 2015, tendo, portanto, um crescimento de apenas 0,3 pontos. O desempenho do ensino médio em Matemática em 2015 foi de 267 pontos, o pior desde 2005, que foi de 271 pontos, quando o adequado, segundo o Inep (2013, 2015), seria de 350 pontos.

Em geral, os meios de comunicação dos mais variados tipos (jornais, rádio, Internet etc.) utilizam muitas vezes gráficos e tabelas, com o objetivo de enriquecer seus dados estatísticos divulgados para a população. Isso corrobora, e de certa forma valida, nossa pesquisa, uma vez que se trata de conhecimento estatístico essencial para, nas diversidades do mundo moderno, nos apropriarmos das informações divulgadas pelos meios de comunicação de massa. Por outro lado, às vezes fica difícil entendermos determinadas informações através de gráficos, divulgados por determinados jornalistas, o que, em geral, acarreta aos menos esclarecidos dificuldades de compreensão e de interpretação.

O ensino de Estatística na Educação Básica, no Brasil, em particular no Nordeste, necessita que muitos professores que atuam nessa área do conhecimento assumam o ensino dessa componente curricular, considerando que, nas escolas pesquisadas, poucos professores ensinam Estatística. Embora essa componente de ensino faça parte da matriz curricular de Matemática, alguns professores deixam os conteúdos de Estatística para serem lecionados no fim do semestre ou do ano letivo e como o tempo é exíguo, às vezes deixam de ensiná-la. Se no projeto Político Pedagógico da Escola não constar Estatística como disciplina, mas sim como parte dos conteúdos da disciplina de Matemática, os professores acreditam que, ensinando Matemática, já é o suficiente.

Convém ressaltar que o Ensino de Estatística no Brasil, apesar de sua aplicabilidade em quase todas as atividades da sociedade moderna, passou a fazer parte do currículo nacional de aprendizagem somente a partir do ano de 1997, com o estabelecimento dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN, (DUARTE; ALMEIDA, 2014). Nos blocos de conteúdos da matriz curricular de Matemática do Ensino Fundamental, aparecem Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. No bloco referente a Tratamento da Informação, estão incluídas noções de Estatística e Probabilidade. Na matriz curricular de conteúdos de Matemática do Ensino Médio, os conteúdos de Estatística aparecem no bloco Análise de Dados e Probabilidade, conforme Orientações Curriculares para o Ensino Médio – OCEM, volume 2, Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias (BRASIL, 1998, 2006).

Em geral, expressões do tipo “as estatísticas mostram...” são usadas para dar crédito a algum dado que estamos analisando. Segundo Triola (2008, p. 4), a Estatística é um “conjunto de métodos para o planejamento de estudos e experimentos, obtenção de dados e conseqüente organização, resumo, apresentação, análise, interpretação e elaboração de conclusões baseadas nos dados.” É uma Ciência, pois possui objetivos e metodologias próprios. Dessa forma, torna-se imprescindível o ensino de Estatística em todos os níveis de escolaridade, haja vista a sua aplicabilidade em todas as ciências do mundo moderno.

## 2 REVISITANDO REFERENCIAIS TEÓRICOS

Hoje a Estatística é usada em vários sentidos, é muito comum nos referirmos a dados numéricos utilizando-se o termo Estatística. De acordo com Triola (2008, p. 4) a Estatística serve para mensurar e avaliar vários dados de levantamentos numéricos, dos mais simples aos mais complexos.

Atualmente, a Estatística não é vista apenas como mais um ramo da Matemática, embora seus fundamentos continuem sendo fortemente matemáticos (BERLINGHOFF; GOUVÊA, 2010).

Para melhor compreensão do papel que a Estatística exerce nos dias atuais é importante que se conheça sua trajetória histórica. Em 3000 a.C., já se realizavam censos na Babilônia, China e Egito. Há registros de que o rei chinês Yao, nessa época, ordenou que se fizessem levantamentos sobre a agricultura e o comércio do país. Na Grécia, já eram realizados levantamentos estatísticos. E também há registros de nascimentos e mortes da população romana. Esses censos tinham como objetivo conhecer melhor determinadas características da população, principalmente para cobrança de impostos e para se verificar o número de homens disponíveis para combater (LOPES; MEIRELLES, 2005).

A História registra que, em geral, eram tabulados com o objetivo de identificar algumas características da nação, como, por exemplo, homens produtivos e com isso poder estipular alguma forma de coleta de impostos. Observamos que não difere da Matemática, pois a Estatística também surgiu da necessidade de o homem poder fazer estimativas de bens de consumo e de produtividade.

Dessa forma, verifica-se assim que a Estatística surgiu vinculada às necessidades do Estado. Isso explica a origem dessa palavra: estatística vem do latim status, que significa estado. O emprego da palavra estatística, no sentido que ela tem hoje, deve-se ao economista alemão Gottfried Achenwall que utilizou esse termo em seu livro Introdução à ciência política, entre 1748 e 1749 (LOPES; MEIRELLES, 2005).

Em Londres, John Graunt (1620-1674) usou os dados que o governo tinha sobre registros semanais, anuais e taxas de mortalidade da população do período entre 1604 a 1661, para fazer suas análises por meio de tabelas numéricas. A interpretação desses dados passou a ser um referencial importante para a história da Estatística. Foi a partir de John que se passou a usar “estimativas” (BERLINGHOFF; GOUVÊA, 2010).

Dos trabalhos desse período, o mais importante foi o do astrônomo inglês Edmund Halley (1656-1742), que em 1693 construiu a primeira tábua de sobrevivência, com dados da cidade polonesa de Breslau (atual Wrocław), referentes ao período de 1687 a 1691. Halley é considerado assim o criador do Cálculo atuarial. Destacou-se também na Inglaterra, Richard Price (1723-1791), o fundador da Atuária (MEMÓRIA, 2004).

Para que a Estatística se tornasse amplamente usada, fez-se necessário desenvolver outra vertente da Estatística – a Probabilidade. Segundo Memória (2004), a Teoria das Probabilidades cresceu a partir das contribuições de Blaise Pascal (1623-1662) e Pierre de Fermat (1601-1665). Já nessa época, eles resolviam problemas relacionados a jogos de azar.

Segundo Berlinghoff e Gouvêa (2010), os primeiros registros escritos em forma de livro sobre Estatística e Probabilidade foram publicados no ano de 1713 – o *Ars Conjectandi* – de Jakob Bernoulli (1654-1705), com o qual foi proposta a aplicação da Estatística. Outros matemáticos também deram suas contribuições à Estatística e Probabilidade, dentre eles podemos citar: Adrien Marie Legendre (1752-1833), Carl Friedrich Gauss (1777-1855) e Pierre Simon, Marquês de Laplace (1749-1827).

No entanto, somente no século XX, segundo Batanero (2001), a Estatística passou a ser totalmente reconhecida pela comunidade científica mundial. Segundo Berlinghoff e Gouvêa (2010), Ronald Aylmer Fisher (1890-1962) foi considerado o estatístico do

século XX. Seu grande feito foi transformar a Estatística em instrumento científico baseado em sólidos princípios matemáticos. A partir de Fisher, técnicas estatísticas puderam ser aplicadas em diversas áreas do conhecimento. Com o advento dos computadores, está sendo possível trabalhar com uma variedade de dados, tendo-se um controle maior e mais preciso de qualidade prática da teoria estatística aplicada (BERLINGHOFF; GOUVÊA, 2010).

Além da imensurável contribuição de Fisher à Estatística, houve importantes trabalhos realizados nesse século, como os de William Sealy Gosset (1876-1937), mais conhecido pelo pseudônimo Student, e um pouco mais tarde os de John Tukey (1915-2000), inventor da Análise Exploratória de Dados.

No contexto brasileiro dos séculos XX e XXI os conteúdos de Estatística a serem ministrados na Educação Básica estão regulamentados pelos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio – PCNEM, (BRASIL, 2000), pelos PCN - Ensino Médio – Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2002) e pelas Orientações Curriculares para o Ensino Médio – OCEM, volume 2, Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias (BRASIL, 2006). Esses documentos preconizam que os conteúdos referentes aos componentes curriculares Análise de Dados, Probabilidade, Combinatória e Estatística Descritiva (Medidas de Tendência Central: Média Mediana e Moda) sejam ministrados em todos os níveis da Educação Básica, dada a sua importância e aplicabilidade em todas as áreas do conhecimento. Quanto às habilidades a serem desenvolvidas nessa unidade temática destacam-se:

- Identificar formas adequadas para descrever e representar dados numéricos e informações de natureza social, econômica, política, científico-tecnológica ou abstrata.
- Ler e interpretar dados e informações de caráter estatístico apresentados em diferentes linguagens e representações, na mídia ou em outros textos e meios de comunicação.
- Obter médias e avaliar desvios de conjuntos de dados ou informações de diferentes naturezas.
- Compreender e emitir juízos sobre informações estatísticas de natureza social, econômica, política ou científica apresentadas em textos, notícias, propagandas, censos, pesquisas e outros meios. (BRASIL, 2002, p. 127).

Para que o aluno desenvolva, de fato, essas habilidades, faz-se necessário que o professor se utilize de metodologias de ensino que auxiliem o aluno a aprender com compreensão, ou seja, a dar significado à sua aprendizagem.

Comumente informações relacionadas à saúde, transportes, orçamentos, educação, política, assim como questões do mercado imobiliário e financeiro etc., têm sido amplamente analisadas por meio da Estatística. A prova disso são as análises feitas pelos Institutos de Pesquisa sobre os índices de tuberculose no Nordeste, de acidentes nas rodovias federais, de intenção de votos, rendimento escolar etc.

Na construção do conhecimento estatístico pelo aluno, faz-se necessário que o professor aplique metodologias de ensino que possibilitem apropriação dos conteúdos abordados em sala de aula e fora dela, dando significado a sua aprendizagem. Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2015, p.48), “o professor precisa acompanhar a maneira como os alunos desenvolvem as tarefas que norteiam o processo de ensino e aprendizagem”. Nas OCEM (BRASIL, 2006), estão estabelecidas duas maneiras: a primeira orienta que o professor transmita conhecimento e o aluno ouça e reproduza o que o professor ensina, possibilitando-lhe construir sua aprendizagem. A resolução de problemas é tida como o ponto central para o desenvolvimento cognitivo do aluno e promoção dos processos de construção de novos conceitos, sendo o professor responsável pela sistematização

desse novo conhecimento. A segunda maneira enfatiza que o professor deve partir de um problema para a construção dos conceitos inerentes ao assunto e, portanto, para a promoção da aprendizagem do aluno.

Essas duas maneiras de promover a aprendizagem, segundo a OCEM (BRASIL, 2006), estão explicitadas no quadro 1, análogo ao apresentado pela OCEM.

Quadro 1 – Caminho metodológico

Primeira maneira	Segunda maneira
Transmissão de conhecimento pelo professor	Mediação de conhecimentos pelo professor
Reprodução do conhecimento pelo aluno, apropriação dos conteúdos ministrados.	Construção de conhecimento e desenvolvimento cognitivo pelo aluno.
Ensinar, transmitir conhecimento promovendo aprendizagem, recepção de conteúdos produzindo conhecimento.	A resolução de problemas é um ponto de partida para a construção da aprendizagem de um novo conceito matemático. O professor é o responsável pela sistematização do novo conhecimento.
Definição - Exemplos - Atividades de Fixação.	Resolução de problemas – Formalização de conteúdos.

Fonte: Brasil (2006).

Constatamos que a primeira maneira é a mais usada nas escolas brasileiras, enquanto que a outra maneira ainda é pouco explorada nos sistemas de ensino do país. Dessa forma, devemos trabalhar com nossos alunos vários tipos de problemas, inclusive do mundo real, pois, se o problema tiver significação para o aluno, segundo Lopes (2008), poderá facilitar a criatividade e o desenvolvimento de estratégias de resolução. A criatividade em Matemática e Estatística (ligadas pela conjuntura dos programas escolares) é um tema às vezes negligenciado e

Considerado impossível de prosseguir nas aulas dessas disciplinas; contudo, a criatividade não é um processo misterioso e inobservável nem uma capacidade inata e não possível de aprendizagem. É, em vez disso, um conjunto de capacidades que podem ser ensinadas e aprendidas pelos alunos. Desse modo a criatividade pode e deve ser desenvolvida nos estudantes se os professores lhes proporcionarem um ambiente de aprendizagem adequado, desenvolvendo determinados exercícios e problemas de estatística que venha influenciar algumas das componentes da criatividade estatística. (VALE, 2015, p. 9-15).

Trabalhando-se com problemas estatísticos relacionados ao mundo real, o estudante poderá tornar-se mais crítico e capaz de fazer argumentações, generalizações e validar suas hipóteses.

De acordo com os PCN's (BRASIL, 1998, p. 41), "um problema é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto é possível construí-la". Para Onuchic (1999, p. 215), problema "é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver". Dessa forma, concordando com estas afirmações, para que uma questão (exercício) possa ser considerada um problema, a proposição não deverá ter um mecanismo de resolução imediato, mas algo que possa incitar o pensamento e a criatividade. Só haverá problema, se houver o interesse do indivíduo em solucioná-lo. Assim, é possível que um problema para uma pessoa não o seja para outra.

No Brasil, a metodologia de ensino - aprendizagem de Matemática e Estatística com aporte em Resolução de Problemas se apoia nos PCN's, PCNEM1s, PCN's+ (BRASIL, 1998), onde o ensino de Estatística é discutido dentro do ensino de Matemática. A resolução de problemas não deve ser vista como uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como uma aplicação da aprendizagem, mas como uma orientação para a aprendizagem. Com esses critérios, os PCN's indicam que o processo de ensino e

aprendizagem de Matemática e Estatística é compreendido como parte integrante e intrínseca ao processo educacional.

Com o mesmo enfoque da Matemática, os conteúdos de Estatística podem ser trabalhados através da resolução de problemas. Partindo-se dessa concepção, ensino-aprendizagem-avaliação, segundo Onuchic e Allevato (2011), serão consequências do processo de resolução de problemas. A expressão substantiva ensino-aprendizagem-avaliação pretende expressar uma concepção em que esses três elementos ocorrem simultaneamente. Ou seja, enquanto o professor ensina, o aluno como um participante ativo aprende, e a avaliação se realiza em ambos, professor e aluno. O ensino baseado nessa metodologia oportuniza ao aluno analisar seus próprios métodos e resoluções dos problemas a ele atribuídos. O docente, na mediação da aprendizagem, avalia os processos de evolução do conhecimento do aluno.

Em se tratando de nosso objeto de pesquisa, ou seja, da resolução de problemas envolvendo as Medidas de Tendência Central, para Triola (2008), existem várias maneiras de determinarmos o centro de um conjunto de dados, de modo que temos diferentes definições, das quais se destacam a média aritmética, a mediana e a moda. A média aritmética tem muitos significados, e a partir da média aritmética, de acordo com Batanero (2000), podemos estimar uma quantidade desconhecida na presença de erros de medição e determinar um valor justo a ser repartido em uma distribuição uniforme. Por outro lado, a média serve também como um elemento representativo de um conjunto de valores, quando a distribuição é aproximadamente simétrica. Segundo essa autora, para representar um conjunto de dados, utilizamos a média, pois ela pode ser considerada o “centro de gravidade” do espaço de valores da amostra ou população. No entanto, se a distribuição for altamente assimétrica, o valor mais frequente (Moda) ou o valor central no conjunto de dados ordenados (Mediana) poderá ser uma medida mais representativa (BATANERO, 2000).

Segundo Brandão (2009, 2012), a média aritmética é um elemento representante de um conjunto de valores de distribuição aproximadamente simétrica, bastante afetada ou influenciada pelos extremos. Entretanto, em certos momentos, devido à existência de valores atípicos, pode não ser o representante ideal, precisando, desta forma, de outras medidas estatísticas para complementar a análise e interpretação dos dados em estudo.

A média aritmética é calculada, utilizando-se a expressão  $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$ , em que  $\bar{x}$  (lê-se x barra) representa a média aritmética,  $x_i$  representa os valores do conjunto de dados ( $x_1$  a  $x_n$ ) e  $n$  representa a quantidade de valores.

Para calcularmos a média de dados em uma tabela de frequência, utilizamos  $\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$ , em que  $f_i$  corresponde à respectiva frequência simples de  $x_i$ .

A mediana não é afetada por valores extremos, ela corresponde, num conjunto de dados, ao valor do meio quando os dados originais estão organizados em ordem crescente (ou decrescente) de magnitude (TRIOLA, 2008). Isso significa que 50% dos elementos do conjunto apresentam valores iguais ou menores que a mediana e os demais iguais ou maiores que esse valor. Para o cálculo da mediana é necessário considerar se o número de dados é par ou ímpar.

De acordo com Brandão (2009), a mediana de um conjunto de dados é calculada pela expressão  $\tilde{x} = l_i + \frac{[(\frac{N}{2} - F_{Aacu. anterior}) \cdot h]}{f}$ , em que:

$\tilde{x}$  (Lê-se x til) – representa a mediana;

$l_i$  – representa o limite inferior da mediana;

$n$  – representa o total de escores;

$hh$  - a amplitude da classe;

$F_{Acu.anterior}$  - representa a frequência acumulada anterior à classe modal;

$ff$  – representa a frequência simples da classe mediana.

Para Batanero (2000), o cálculo da mediana se torna complexo se a distribuição dos números dados for em quantidades pares e quando os dados não estão distribuídos de forma agrupada em intervalos de classes. Nesse caso, o valor obtido é diferente, dependendo do algoritmo que se aplica. Dessa forma, em função destas hipóteses levantadas, concluímos que isso pode ser um fator de obstáculo para os alunos que estão acostumados a um único método de resolução.

A moda, segundo Triola (2008), não é muito usada quando trabalhamos com dados numéricos. Entretanto, entre as medidas de tendência central trabalhadas, a moda é a única que pode ser utilizada com dados no nível nominal de mensuração.

Entretanto, antes de se discutir sobre a resolução de problemas que envolvem medidas de tendência central é importante que se compreenda o que é um problema.

Há várias definições acerca de problema. Segundo Polya (1962, p. 117), “um problema significa buscar conscientemente por alguma ação apropriada para atingir um objetivo claramente definido, mas não imediatamente atingível.” Para Onuchic (1999, p. 215), problema “é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver.”

De acordo com os PCN (BRASIL, 1998, p. 41), “um problema matemático e/ou estatístico é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto é possível construí-la.”

Vê-se que essas definições têm pontos em comum. Dessa forma, pode-se dizer que para ser considerado um problema, a questão proposta não deve ter um mecanismo de resolução imediato, mas algo que incite o pensamento e a criatividade de quem vai resolvê-lo. Além disso, só há problema se houver o interesse do indivíduo em solucioná-lo. Assim, é possível que um problema para uma pessoa não passe de um mero exercício para outra pessoa.

Tendo por base essas ideias, assume-se também que problema é diferente de atividades de exercícios. Essa diferença se dá na medida em que no exercício se utiliza procedimentos que levam de forma imediata à solução e no problema não.

A prática de resolver problemas como atividade comum da vida cotidiana do ser humano vem desde o início da civilização. No entanto, Polya, o húngaro considerado o pai da Resolução de Problemas, foi o primeiro a percebê-la como uma forma de ensinar Matemática, que neste trabalho estamos estendendo a resolução de problemas de estatística. Em seu trabalho, Polya preocupou-se em descobrir e ensinar como resolver problemas (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011).

George Polya nasceu na Hungria. Porém, foi quando ele se tornou professor titular na Universidade de Stanford, nos Estados Unidos, que sua pesquisa sobre Resolução de Problemas se consolidou. Em 1942 ele passou a ser reconhecido como maior autoridade em Resolução de Problemas em todo o mundo (MORAIS; ONUCHIC, 2014).

Polya proferiu várias palestras, ministrou muitos cursos e publicou inúmeros artigos sobre Resolução de Problemas, fato que o notabilizou como o criador dessa metodologia de ensino e aprendizagem.

Dentre eles o que mais se destacou foi: A arte de resolver problemas (How to solve it: a new aspect of mathematical method), cuja primeira edição ocorreu no ano de 1945. Nele, o autor indica os passos para a resolução de um problema, segundo ele:

Primeiro, temos de compreender o problema, ou seja, temos que perceber claramente o que é necessário.

Segundo, temos de ver como os diversos itens estão inter-relacionados, como a incógnita está ligada aos dados, para termos a ideia da resolução, para que possamos estabelecermos um plano.

Terceiro, executamos o nosso plano.

Quarto, fazemos um retrospecto da resolução completa, revendo-a, discutindo-a e testando a solução. (POLYA, 1995, p. 3-4).

Polya, com o seu trabalho, incentivou pesquisadores de várias partes do mundo a investigarem sobre a Resolução de Problemas. Sem dúvidas, ele contribuiu bastante para que a Resolução de Problemas tomasse lugar de destaque nos currículos escolares de Matemática, e de outras matrizes curriculares.

Paralelamente às pesquisas desenvolvidas sobre Resolução de Problemas, que ocorreu em meados da década de 1950 até o início da década de 1970, o currículo de Matemática nos Estados Unidos foi orientado pelo Movimento da Matemática Moderna – MMM, que teve grande impacto mundial (RIOS; BÚRIGO; OLIVEIRA FILHO, 2011). No Brasil, o MMM teve maior incidência nas regiões Sul e Sudeste, tendo São Paulo, através de muitos autores, se destacado com a publicação de várias obras, dentre elas citemos a de Osvaldo Sangiorge, que em 1964 publicou o livro intitulado Matemática e Estatística para os Institutos de Educação e Escolas Normais, publicado pela Editora Companhia Nacional, Neres (2011).

Esse movimento educacional procurou aproximar a Matemática vista na escola com aquela desenvolvida por estudiosos e pesquisadores. Por outro lado, os resultados não produziram o esperado, pois teve como reflexo o baixo rendimento dos alunos. Havia um descompasso entre o que se propunha de metodologia de ensino baseado no MMM e o que realmente era alcançado pelos alunos.

O ensino proposto enfatizava a teoria dos conjuntos, as estruturas algébricas, a topologia etc. Esse movimento provocou no Brasil e em vários países debates e expressivas reformas no currículo das matemáticas. Haja vista, que o ensino passou, a partir de então, a se preocupar excessivamente com formalizações, abandonando as questões práticas (BRASIL, 1998).

O Movimento da Matemática Moderna no Brasil teve início na década de 1960 do século XX. Segundo Neres (2011), iniciou com a introdução da Teoria dos Conjuntos no ensino secundário (ciclo ginásial e ciclo colegial) que hoje equivale ao ensino fundamental e ensino médio respectivamente, apenas com noções intuitivas, tomando por base a notação e a linguagem de conjuntos.

O MMM teve grande influência durante longo período. Porém, “o tratamento excessivamente abstrato, o despreparo dos professores para este trabalho, assim como a falta de participação dos pais de alunos, nesse movimento, fadou-o ao fracasso” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 78).

Rompendo com MMM, em 1980, nos Estados Unidos, o National Council of Teachers of Mathematics – NCTM (Conselho Nacional de Professores de Matemática) apresentou recomendações para que o ensino de Matemática a partir de então passasse a se orientar pelo documento, “Uma Agenda para Ação”: Recomendações para a matemática escolar nos anos 80. Nele, a resolução de problemas era destacada como o foco do ensino da Matemática nos anos 80 (BRASIL, 1998).

Segundo Onuchic e Allevato (2011), a partir da divulgação desse documento, o foco do ensino de Matemática foi colocado sobre a resolução de problemas. Nesse sentido, foram desenvolvidos muitos recursos didáticos e propostas de avaliação do

desempenho dos alunos; materiais esses que contribuíram para que os professores fizessem da resolução de problemas o ponto central de sua prática docente.

Contudo, não houve consenso entre os profissionais que militavam no ensino da Matemática sobre o significado de se fazer da resolução de problemas o foco central do ensino da matemática escolar (ONUCHIC, 1999). Em relação a esse aspecto, com o objetivo de esclarecer as diferentes interpretações que se fez sobre a Resolução de Problemas, Hatfield (1978) e Onuchic (1999) apontaram a existência de três concepções: ensinar sobre resolução de problemas; ensinar para resolver problemas; e ensinar através da resolução de problemas.

Ensinar sobre resolução de problemas é ensinar estratégias e métodos para resolver problemas. Considera-se a resolução de problemas como um tema específico. Um grande representante dessa linha de pensamento é Polya.

Ensinar para resolver problemas, por sua vez, consiste em o professor trabalhar, inicialmente, o conteúdo de maneira formal e só depois propor o(s) problema(s). O problema, nesse caso, representa uma aplicação dos conceitos e procedimentos abordados. Desse modo, a preocupação do professor está em o aluno ser capaz de utilizar aquilo que foi aprendido, no contexto de resolução de problemas. Essa, em geral, é a prática mais comum utilizada pelos professores em sala de aula e bastante presente nos livros didáticos.

O Ensino através da resolução de problemas é visto como ponto de partida para a aquisição de novos conhecimentos. Nesse caso, o aluno é o protagonista da sua aprendizagem, enquanto o papel do professor é o de facilitador do processo (ONUCHIC, 1999; ONUCHIC; ALLEVATO, 2011; COSTA, 2012).

Durante os anos 1990 e 2000 muitos foram os debates acerca do papel da Resolução de Problemas no ensino de Matemática. Vários estudos foram desenvolvidos pelo NCTM, com destaque para os Princípios e Padrões para a Matemática Escolar, conhecidos também como Standards 2000 (Padrões 2000). Nesse documento, a Resolução de Problemas é considerada como um dos padrões de processo para o ensino de Matemática, e o ensino através da resolução de problemas é fortemente recomendado (MORAIS; ONUCHIC, 2014).

A visão que tivemos de fazer da Resolução de Problemas uma metodologia de ensino-aprendizagem de Estatística com aporte nos documentos oficiais foi porque nos documentos oficiais (PCN, PCNEM, PCN+), o ensino de Estatística é discutido dentro do ensino de Matemática. Assim, para situar o leitor, enfoca-se inicialmente o papel da Resolução de Problemas no ensino de Matemática e, em seguida, destaca-se a sua importância no ensino de Estatística.

Os PCN (BRASIL, 1998, p. 39) apontam a resolução de problemas como “ponto de partida da atividade matemática”, pois defendem que a aprendizagem não se dá pela simples reprodução de procedimentos e acúmulo de informações. Nesse sentido, esse documento esclarece:

A resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como uma aplicação da aprendizagem, mas como uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas. (BRASIL, 1998, p. 41).

Além disso, o documento considera que a resolução de problemas pode ser desenvolvida como ponto de partida no processo de ensino e aprendizagem de Matemática (Estatística), observando os seguintes critérios:

- A situação-problema é o ponto de partida da atividade matemática e não a definição. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja,

de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;

- Aproximações sucessivas de um conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema;
- Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações. Assim, pode-se afirmar que o aluno constrói um campo de conceitos que toma sentido num campo de problemas, e não um conceito isolado em resposta a um problema particular;
- A resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas. (BRASIL, 1998, p. 40).

Dessa forma, consta-se que os PCN indicam que o processo de ensino e aprendizagem de Matemática (Estatística) é compreendido como parte integrante e intrínseca do processo educacional, contemplando três dimensões: conceitos, procedimentos e atitudes (COSTA, 2012).

Os documentos apontam que tradicionalmente os problemas não têm desempenhado seu verdadeiro papel no ensino de Matemática, pois muitas vezes eles são usados apenas como aplicação dos conhecimentos adquiridos ou ainda como um recurso do professor para avaliar a aprendizagem de seus alunos. Nesse caso, a ideia que prevalece é a de que o aluno aprende por repetição, imitando os procedimentos do professor.

Com relação ao Ensino Médio, os PCN+ (BRASIL, 2002), por sua vez, afirmam que a resolução de problemas é a peça central para o ensino de Matemática (Estatística), pois quando o sujeito se defronta com um desafio matemático, o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem juntos. E alerta que essa competência não pode ser alcançada quando apenas se propõe exercícios de aplicação dos conceitos e técnicas matemáticas. Resolver somente exercícios desse tipo não garante que o aluno seja capaz de aplicar seus conhecimentos em situações diferentes ou mais complexas.

Os PCNEM (BRASIL, 2000, p. 52) destacam que a Resolução de Problemas também pode ser utilizada nas diversas áreas do conhecimento que compõem as Ciências da Natureza:

Não somente em Matemática, mas também na Estatística como disciplina específica, a resolução de problemas é uma importante estratégia de ensino. Os alunos, confrontados com novas situações-problema, mas compatíveis com os instrumentos que já possuem ou que possam adquirir no processo, aprendem a desenvolver estratégia de enfrentamento, planejando etapas, estabelecendo relações, verificando regularidades, fazendo uso dos próprios erros cometidos para buscar novas alternativas; adquirem espírito de pesquisa, aprendendo a consultar, a experimentar, a organizar dados, a sistematizar resultados, a validar soluções; desenvolvem sua capacidade de raciocínio, adquirem auto confiança e sentido de responsabilidade; e, finalmente, ampliam sua autonomia e capacidade de comunicação e de argumentação.

Portanto, as recomendações feitas acima quanto à função da Resolução de Problemas no ensino de Matemática se estendem ao ensino de Estatística, visto que na Educação Básica ela é uma das unidades temáticas da área de Matemática. Assim, acredita-se que o ensino de Estatística também deve partir da resolução de problemas, pois isso possibilita ao aluno desenvolver habilidades essenciais, como análise crítica e argumentação.

No entanto, para que esse modo de ensinar traga, de fato, contribuições para o desenvolvimento das aulas de Estatística, é necessário que os professores estejam

convencidos da necessidade de incorporar efetivamente a Resolução de Problemas em sua prática docente.

Nesse sentido, Lopes (2008) ressalta que a resolução de problemas é o princípio que norteia a aprendizagem da Matemática, e possibilita o desenvolvimento do trabalho com Estatística em sala de aula, pois da mesma forma que a Matemática, a Estatística se desenvolveu na história da humanidade através da resolução de problemas de ordem prática.

Ainda segundo a autora, o ensino de Estatística deve se dar no contexto de resolução de problemas e destaca que o professor precisa incentivar seus alunos a socializarem suas diferenciadas soluções, aprendendo a ouvir críticas, a valorizar seus próprios trabalhos e os dos outros.

Com aporte na metodologia desenvolvida pelo Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas – GTERP – coordenado pela Professora Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic, propomos no presente artigo mostrar que foi possível colocar em prática, nas salas de aula, o ensino de Estatística através da Resolução de Problemas. Metodologia esta que, em se tratando do ensino de Estatística, denominou-se Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Estatística através da Resolução de Problemas.

Para o Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Estatística através da Resolução de Problemas também nos baseamos nas definições de Van de Walle (2009), Onuchic e Allevato (2011), em que adotou-se a concepção de que uma atividade estatística seria um problema quando o estudante demonstrasse interesse em resolvê-lo e ainda não possuísse conhecimentos para tal desenvolvimento. Assim, os conteúdos de Estatística poderiam ser trabalhados através da resolução de problemas, ou seja, utilizando problemas como meio pelo qual o currículo pudesse ser desenvolvido. Partindo dessa concepção, o ensino, a aprendizagem e a avaliação serão consequências do processo de resolução de problemas.

Mas o que significa ensinar, aprender e avaliar Estatística através da resolução de problemas?

Com a palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação de Estatística pretende-se expressar uma concepção em que esses três elementos ocorrem simultaneamente. Assim, espera-se que, enquanto o professor ensina, o aluno, como um participante ativo, aprenda, e que a avaliação se realize por ambos. O aluno tem a oportunidade de analisar seus próprios métodos e soluções obtidas para os problemas, sempre em busca da construção de conhecimento, enquanto o professor exerce o papel de mediador da aprendizagem e avalia o que está ocorrendo e os resultados do processo, com vistas a acompanhar o crescimento dos alunos e reorientar as práticas de sala de aula, quando necessário (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014).

No ensino-aprendizagem-avaliação de Estatística através da resolução de problemas propomos aos alunos problemas em que tínhamos como objetivo a construção de novos conceitos e conteúdos antes de apresentar a teoria e a linguagem formal.

Onuchic e Allevato (2011) afirmam que não há formas rígidas de se trabalhar com resolução de problemas, mas para nortear o professor em sala de aula foi criado um Roteiro de Atividades. A sugestão mais atual é indicada por Allevato e Onuchic (2014), que propõem que as atividades em sala de aula sejam organizadas em dez etapas: 1) proposição do problema, 2) leitura individual, 3) leitura em conjunto, 4) resolução do problema, 5) observar e incentivar, 6) registro das resoluções na lousa, 7) plenária, 8) busca do consenso, 9) formalização do conteúdo e 10) proposição e resolução de novos problemas.

O professor deve inicialmente selecionar ou elaborar um problema estatístico visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento. Esse problema

é denominado gerador. Por outro lado, é recomendável que o conteúdo de Estatística necessário para a resolução do problema proposto não tenha ainda sido trabalhado em sala de aula.

Entrega-se uma cópia do problema para cada aluno que deve fazer a leitura individualmente. Logo após, os alunos formam pequenos grupos e fazem nova leitura do problema, discutindo sobre possíveis meios de solucioná-lo. Nessa etapa, se houver dúvidas, por exemplo, quanto à notação, à escrita em linguagem simbólica, aos conceitos relacionados, às técnicas operatórias envolvidas ou até mesmo quanto ao entendimento do problema, o professor pode auxiliar os alunos, de modo que suas dúvidas sejam sanadas e que as ações sejam realizadas, essencialmente, por eles.

De posse do problema, e sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos em seus grupos, num trabalho cooperativo, buscam resolvê-lo. A busca pela solução os conduzirá à construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula. Enquanto isso, o professor age, observando o comportamento dos alunos e estimulando o trabalho colaborativo, pois, como interventor, leva-os a pensar, dando-lhes tempo para isso, e incentivando a troca de ideias. O professor deve estimular os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias já conhecidas, necessárias à resolução do problema proposto, sem, contudo, fornecer respostas prontas.

Após cada grupo chegar a um acordo quanto à resolução do problema, os representantes dos grupos são solicitados a registrar, na lousa, suas resoluções. Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as examinem e discutam sobre elas. O professor, então, motiva os alunos a defenderem seus pontos de vista, argumentando sobre suas resoluções. Nesse momento, os alunos podem comparar e avaliar suas próprias soluções. A partir daí, professor e alunos procuram chegar a um consenso sobre o resultado correto.

Para a formalização do conteúdo, o professor faz a apresentação “formal” do conteúdo (estatístico) em estudo de maneira organizada e sistemática, padronizando os conceitos, os princípios e as estratégias construídos por meio da resolução do problema. Com o objetivo de realizar uma avaliação contínua, após feita a formalização, novos problemas relacionados ao problema gerador podem ser propostos aos alunos. Esses novos problemas permitem analisar se os pontos principais dos conteúdos discutidos foram apreendidos, bem como de que maneira foram consolidadas as aprendizagens construídas nas etapas anteriores e como podem-se aprofundar as compreensões sobre o tema (estatístico) abordado.

Constatou-se que essa metodologia demandou novas posturas e atitudes por parte do professor e dos alunos. Nesse processo de produção de conhecimento o professor deixa de ser o centro das atividades, transferindo para os alunos a responsabilidade pela construção de sua aprendizagem. Os alunos, por sua vez, passam a entender e assumir essa responsabilidade (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014).

Segundo Lopes (2008), essa metodologia de ensino também parece bastante adequada ao ensino de Estatística, diz que é fundamental à boa formação dos alunos o desenvolvimento de atividades estatísticas que tenham sempre como ponto de partida uma situação problema, pois assim como os conceitos, os princípios e os procedimentos matemáticos e estatísticos também devem estar inseridos em situações relacionadas ao cotidiano deles.

Essa concepção de ensino através da resolução de problemas, aqui enfocada no ensino de Estatística, também encontra respaldo nas ideias de Pozo (1998, p. 13) quando afirma que:

Entre as tarefas mais importantes do professor em sala de aula está a de ser mediador entre o conhecimento e o aluno, o que não acontece se o professor assume apenas o papel de transmissor de conhecimento. Com o objetivo de auxiliar o aluno a desenvolver habilidades, muitos professores estão buscando na resolução de

problemas uma alternativa metodológica para melhorar a aprendizagem, pois é uma das maneiras de fazer o educando pensar, propor e planejar soluções.

Constamos que há grandes vantagens em se utilizar essa metodologia de ensino de Estatística através da resolução de problemas. Observamos que permitir ao aluno desenvolver sua capacidade de pensar logicamente e de argumentar, dar significado à sua aprendizagem, aumentando sua confiança e auto estima, além de permitir ao professor tomar decisões instrucionais que auxiliam seus alunos a superarem dificuldades de aprendizagem.

Por outro lado, Lopes (2008) destaca que “uma educação estatística crítica requer do professor uma atitude de respeito aos saberes que o estudante traz à escola, que foram adquiridos por sua vida em sociedade.”

Com base nos pressupostos apresentados afirmamos que o ensino de Estatística delineado através da metodologia ensino-aprendizagem-avaliação de Estatística é possível de aplicação.

### **3 PROCEDIMENTOS: caminho desenvolvido**

Retomando nossos objetivos de pesquisa: investigar se a metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas é uma práxis dos professores de Estatística das escolas públicas de ensino médio da cidade de Açailândia – Maranhão, e a viabilidade do ensino de estatística ser mediado através da aplicação da metodologia de Resolução de Problemas de acordo com Onuchic e Allevalo (2011), optamos por uma integração metodológica, em que se reúnem e analisam dados qualitativos e quantitativos em um único estudo para auxiliar o pesquisador a validar e aumentar a confiabilidade dos resultados obtidos (CRESWELL, 2007).

Foram aplicados questionários aos professores e aos discentes, como subsídios para ajudar na caracterização e descrição dos sujeitos da pesquisa (FIORENTINI; LORENZATO, 2009). A análise documental foi realizada nos documentos escritos que ainda não tinham recebido um tratamento analítico (HELDER, 2006).

Para realização desta pesquisa, houve autorização da diretora da Unidade Regional de Educação de Açailândia e do diretor do Instituto Federal – IFMA – Campus Açailândia. Também houve o consentimento dos professores participantes das escolas envolvidas. Os questionários aplicados aos professores tinham como objetivo investigar que metodologia de ensino eles usavam para ministrar suas aulas e se conheciam a metodologia que ora iríamos aplicar no ensino de estatística. O questionário dirigido aos alunos teve como objetivo verificar que conhecimentos eles tinham a respeito das medidas de tendência central, assim como da metodologia de resolução de problemas ora proposta. Os dados levantados junto aos professores e referentes às atividades desenvolvidas com os professores e alunos ocorreu no primeiro semestre de 2015. Convém ressaltar que, nas Escolas Públicas de Açailândia, os conteúdos de Estatística fazem parte da disciplina Matemática; no IFMA, a disciplina de Estatística é dada separadamente da disciplina de Matemática.

Dos vinte e cinco professores pesquisados, aproximadamente 60% declararam que a Estatística é vista em apenas uma série; o restante afirmou que é vista em duas séries. Ressaltamos, ainda, que um professor alegou que em sua escola não se aborda Estatística porque lá só trabalham com Matemática e Física. Julgamos que, nesse caso, pode ter havido uma má interpretação da pergunta, pois o professor pensou se tratar de uma disciplina separada da Matemática.

Em relação à metodologia de ensino, queríamos identificar quais metodologias os professores aplicavam no ensino de Estatística. Esses dados explicitamos no gráfico 1.

Gráfico1 – Metodologias utilizadas pelos professores no ensino de Estatística



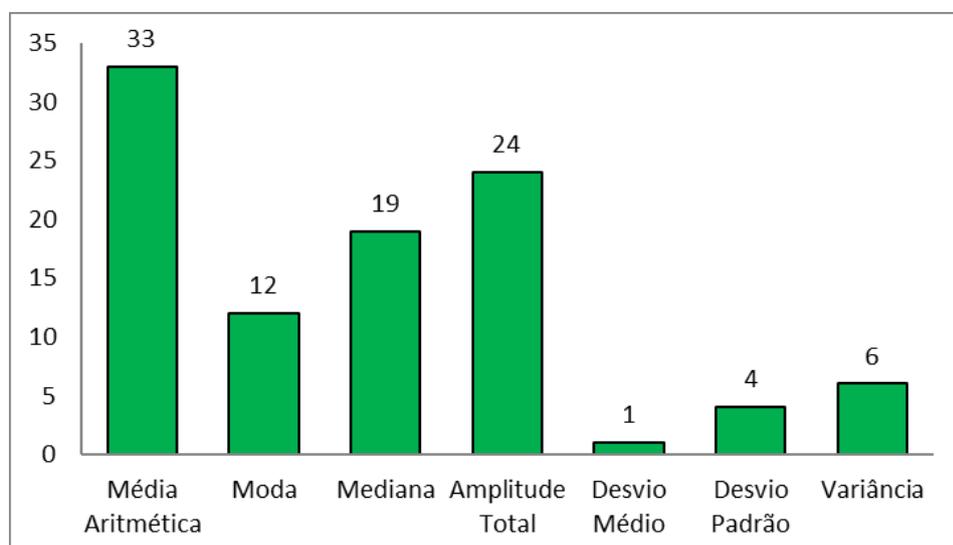
Fonte: Elaborado pelos autores.

Os dados levantados junto aos vinte e cinco professores revelaram que aproximadamente 60% trabalhavam ou estavam trabalhando conteúdos de estatística.

Observamos, também, que a metodologia de resolução de problemas não é uma prática comum entre os professores que responderam ao questionário, pois em nenhum momento essa metodologia foi citada. Embora tenhamos indagado sobre o conhecimento que eles tinham a respeito da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação por meio da Resolução de problemas, percebemos, ainda, que a maioria dos professores pesquisados demonstrou não ter clareza sobre as ideias que norteiam essa metodologia. Outros ainda deram respostas que evidenciaram uma concepção de Resolução de Problemas diferente da indicada por Allevato e Onuchic. (2014), em que a resolução de problemas é considerada como ponto de partida e orientação para a aprendizagem de novos conhecimentos.

Quanto aos dados levantados de questionários aplicados a quarenta e um alunos, cerca de 51% afirmaram já ter estudado algum tema relacionado à Estatística. Quanto ao conhecimento das medidas de tendência central e de dispersão, elencamos as respostas dos alunos no gráfico 2.

Gráfico 2 – Medidas estatísticas dos conhecimentos dos alunos



Fonte: Elaborado pelos autores.

Neste trabalho, o ensino de média aritmética, moda e mediana, objeto de nossa pesquisa, foi baseado na metodologia de Ensino –Aprendizagem - Avaliação (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014). Numa classe de 41 alunos, em duas (02) aulas de 50 minutos cada uma, trabalhamos com resolução de problemas. Dividimos a turma em 9 grupos de 04 alunos e 01 grupo de 05 alunos. Inicialmente, foi escolhido um problema e discutimos sobre como construir a resolução. A seguir, foi feita uma mediação sobre as resoluções construídas pelos alunos.

Um aluno de cada grupo apresentou, em nome do seu grupo, a resolução no quadro de giz e em seguida foram levantadas hipóteses sobre cada resolução apresentada. Depois, os trabalhos foram coordenados pelos pesquisadores e discutidas com a classe as resoluções apresentadas. A seguir, foram construídos os conceitos relativos ao conteúdo de média aritmética, mediana e moda em que o problema estava inserido e depois a sistematização e formalização da definição. De forma análoga, trabalhamos na resolução de outros problemas.

#### 4 APLICAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Com o objetivo de discutirmos a respeito da escolha da melhor medida de posição a ser utilizada em certo contexto, dentre os problemas trabalhados com os alunos, escolhemos um problema análogo ao proposto por Justulin e Noguti (2014, p. 141-158).

##### Problema:

Numa determinada empresa, os salários dos seus 20 funcionários são distribuídos de acordo com o estabelecido na tab. 1. Qual seria o salário mais provável de um candidato que viesse a ocupar o cargo de um destes funcionários, se um dos cargos ficasse vago?

Tabela 1 – Salários de 20 funcionários de uma determinada empresa

Salário (em reais)	Número de funcionários
788,00	6
850,00	4
940,00	9
12.000,00	1
Total	20

Fonte: Justulin e Noguti (2014).

Uma cópia do problema foi entregue a cada um dos 41 alunos da turma e solicitamos que, para a construção da resolução, seguissem os passos proposto por Onuchic e Allevato (2011) e Allevato e Onuchic (2014), ou seja, os alunos deveriam inicialmente fazer uma leitura individual; depois, como os grupos já estavam formados, deveriam fazer uma leitura em conjunto para levantarem as hipóteses que ajudassem a resolver o problema. Depois deveriam construir em conjunto a resolução.

Esse acompanhamento foi feito pelos pesquisadores, trocando ideias, incentivando os alunos e fazendo algumas mediações quanto ao entendimento de alguns grupos sobre como proceder na construção da referida resolução. Depois, foi solicitado que um representante de cada grupo, em nome dos participantes, apresentasse suas resoluções no quadro de giz. Em seguida, foi realizada uma plenária para discutirmos as resoluções apresentadas e, após este momento, procuramos encontrar um consenso entre as respostas que pudessem contribuir para a formalização dos conceitos dos conteúdos de média aritmética, moda e mediana, objeto de nossa pesquisa.

Praticamente todos os alunos que apontaram que o salário do novo funcionário deveria ser de R\$ 940,00 (novecentos e quarenta reais), justificando que, como este era o valor mais frequente (a moda) seria também o valor mais provável de salário para o novo funcionário. Entretanto, um dos alunos defendeu que o salário do novo funcionário deveria ser de R\$ 895,00 (oitocentos e noventa e cinco reais). A justificativa que deu foi: como a média aritmética entre R\$ 850,00 e R\$ 940,00 é de R\$ 895,00, então o

salário do novo funcionário deve ser de R\$ 895,00. Além disso, esse valor corresponde à mediana dos salários.

Embora a maioria dos 41 alunos tenha optado pela medida de tendência central (moda) para justificar suas respostas, a resolução apresentada pelo aluno, baseando-se na mediana dos salários, não foi descartada. Após várias discussões, chegaram ao consenso de que as duas resoluções apresentadas estavam corretas, pois existia coerência em suas posições. Foi levantado pelos pesquisadores qual era a justificativa deles não terem usado, para a construção da resolução, a média aritmética de todos os salários. Foram categóricos: não a utilizaram com todos, pois havia um salário exorbitante recebido por apenas um funcionário, isso poderia influenciar na média calculada, sendo tendenciosa para a realidade dos outros salários pagos por aquela empresa.

Após essas discussões fizemos a formalização do conteúdo, esclarecendo a utilidade e as limitações de cada uma das três medidas de tendência central. A discussão e resolução deste problema foram realizadas em duas aulas de 50 minutos.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nosso objetivo de pesquisa foi verificar a viabilidade do ensino e aprendizagem de Matemática/Estatística no 3º ano do Ensino Médio nas Escolas Públicas Estaduais do Município de Açailândia, com aporte na Metodologia de Resolução de Problemas (ONUChIC; ALLEVATO, 2011; ALLEVATO; ONUChIC, 2014). Também buscamos verificar qual metodologia de ensino é usada pelos professores que ministram a disciplina de Matemática/Estatística no 3º no ano do Ensino Médio das escolas pesquisadas. A presença e importância da Estatística no cotidiano das pessoas são fatores fundamentais para esta pesquisa. Além desse contexto, o conhecimento estatístico é necessário para a interpretação e compreensão da realidade atual. Dessa forma, entendemos que a aprendizagem em Estatística poderá contribuir para que o aluno do Ensino Médio esteja preparado para se inserir no mundo do trabalho.

A contribuição docente torna-se essencial e indispensável para que o aluno possa desenvolver suas potencialidades no processo ensino e aprendizagem, assim como na busca de novas descobertas. Esperamos que essa metodologia de ensino aplicada se revele eficiente ao longo da vida escolar dos alunos e corrobore para a construção de seu conhecimento.

Nos encontros em sala de aula, após o cumprimento das etapas do roteiro proposto por Allevato e Onuchic (2014, p. 35-52) para as resoluções de atividades propostas, constatamos que houve muitos ganhos por parte do alunado; foi uma experiência ímpar tanto para os alunos quanto para os pesquisadores. Observamos que houve maior envolvimento dos alunos na participação e construção dos saberes, trabalho participativo e coletivo, organização e discussão de hipóteses, maior capacidade de apropriação, de argumentação, satisfação e confiança ao conseguirem resolver um problema. Além disso, oportuniza o professor a avaliar seus alunos com outro olhar, com mediações, intervenções adequadas sem, contudo, dar uma resolução pronta.

Observamos, também, que essa metodologia de ensino, baseada na resolução de problemas proposta por Onuchic e Allevato (2011), em determinados conteúdos e contextos, o professor poderá encontrar dificuldades de aplicação. Para dirimir essas possíveis dificuldades, será necessário que o professor esteja em processo contínuo de aprimoramento de suas capacidades intelectuais, praticando boas leituras, participando de cursos de aperfeiçoamento dentre outros.

Quanto aos professores ainda não utilizarem a Metodologia de Resolução de Problemas, podemos afirmar que é devido ao caráter interdisciplinar da Matemática e Estatística. Daí a necessidade de uma formação continuada de nossos professores, principalmente dos que ensinam nas Escolas Públicas do Estado do Maranhão.

A pesquisa revelou que muitos alunos expressam bloqueios, dificuldades de transpor obstáculos educacionais, em relação à aplicação de novas metodologias de ensino. Na maioria das vezes, eles não conseguem entender que é necessário eles próprios participarem da construção de seu próprio conhecimento, saindo, assim, de uma atitude passiva, em que apenas ouvem e reproduzem o que o professor ensina. Neste aspecto cultural, avulta a falta de leituras e domínio da Língua Portuguesa, pois só o signo verbal ajuda a decodificar o texto.

Por outro lado, observamos que existe muita cobrança por parte do corpo técnico das escolas, tanto em relação à exigência de cumprimento dos programas, por vezes extenso em demasia, quanto em relação à carga horária incompatível com o número de aulas destinadas. Classes superlotadas, espaço físico que não favorece o debate de ideias e, ainda, falta de tempo disponível para o professor planejar melhor suas aulas e melhorar o seu material didático. Diante desse quadro levantado, como evitar que os alunos não apresentem obstáculos na construção de sua aprendizagem? Em geral, esses obstáculos contribuem para o fracasso escolar que se molda em nosso Estado e em nosso país.

Apesar das dificuldades enfrentadas no desenvolvimento deste trabalho, acreditamos que essa experiência foi muito positiva. A eficácia da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, a aceitação e o envolvimento dos alunos nas atividades propostas, a facilidade que a turma apresentou na construção da resolução de problemas, o desenvolvimento de suas habilidades cognitivas, assim como na defesa de hipóteses levantadas, de conjecturas e heurísticas na resolução dos problemas propostos, por tudo isso enfatizamos que esta pesquisa foi bastante significativa e proveitosa.

Embora não possamos generalizá-la, pois a amostra investigada não caracteriza um espaço amostral significativo em termos de Nordeste e de Brasil, acreditamos que futuramente possamos retomar essa pesquisa e ampliá-la, fazendo inicialmente na grande São Luís e depois estendendo para todo o Estado do Maranhão.

## REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. de la R. Ensino-aprendizagem-avaliação de matemática: por que através da resolução de problemas? In: ONUCHIC, L. de la R. et al. (Org.). *Resolução de problemas: teoria e prática*. Jundiaí: Paco Editorial, 2014. p. 35-52.

BATANERO, C. *Didáctica de la estadística*. Granada: Grupo de Investigación em Educación Estadística, 2001. p. 219. Disponível em: <<http://www.uruguayeduca.edu.uy>>. Acesso em: 10 abr. 2015.

\_\_\_\_\_. Significado y comprensión de las medidas de posición central. *UNO: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, LaRoja, n. 25, p. 41-58, 2000. Disponível em: <<http://www.ugr.es>>. Acesso em: 10 maio 2015.

BERLINGHOFF, W. P.; GOUVÊA, F. Q. *A matemática através dos tempos: um guia fácil e prático para professores e entusiastas*. Tradução de Elza Gomide, Helena Castro. 2. ed. São Paulo: Blucher, 2010.

BRANDÃO, R. J. B. Aprendizagem significativa em estatística com a estratégia de resolução de problema: uma experiência com estudantes de administração de empresa. In: ENCONTRO NACIONAL DE APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA, 4., 2012, Garanhuns-PE. *Anais...* Garanhuns-PE: ENAS, 2012.

\_\_\_\_\_. Formação inicial do professor de matemática e o ensino de estatística: contribuições para a formação de um currículo. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2., 2009, São Paulo. *Anais...* São Paulo: UNIBAN, 2009.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Básica. *Orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. Brasília, DF: MEC; SEB, 2002.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Básica. *Orientações curriculares para o ensino médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. Brasília, DF: MEC; SEB, 2006.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática – 3º e 4º ciclos*. Brasília, DF: MEC; SEF, 1998.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais: ensino médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. Brasília, DF: MEC; SEF, 2000.

COSTA, M. dos S. *Ensino-aprendizagem-avaliação de proporcionalidade através da resolução de problemas: uma experiência na formação inicial de (futuros) professores de matemática*. 2012. 292 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática)- Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2012.

CRESWELL, J. W. *Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto*. Tradução Luciana de Oliveira da Rocha. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2007.

DUARTE, P. C. X.; ALMEIDA, R. M. A educação estatística como ferramenta matemática para o ensino fundamental. *Revista Nucleus*, Ituverava, SP, v. 11, n. 1, p. 305-318, abr. 2014. Disponível em: <<http://www.nucleus.feituverava.com.br/>>. Acesso em: 12 fev. 2015.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. *Investigações em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. 3. ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2009.

HATFIELD, L. L. Heuristical emphasis in the instruction of mathematical problem solving: rationales and research. In: HATFIELD, L. L.; BRADBARD, D. A. (Org.). *Mathematical problem solving: papers from a research workshop*. Columbus, Ohio: ERIC, 1978.

HELDER, R. R. *Como fazer análise documental*. Porto, Portugal: Universidade de Algarve, 2006.

INEP. *Resultado SAEB*. Brasília, DF, 2013. Disponível em: <[www.inep.gov.br/resultados-2013](http://www.inep.gov.br/resultados-2013)>. Acesso em: 14 mar. 2015.

INEP. *Resultado SAEB*. Brasília, DF, 2015. Disponível em: <[www.inep.gov.br/resultados-2015](http://www.inep.gov.br/resultados-2015)>. Acesso em: 14 mar. 2015.

JUSTULIN, A. M.; NOGUTI, F. C. H. Tratamento da informação. In: ONUCHIC, L. de la R. et al. (Org.). *Resolução de problemas: teoria e prática*. Jundiaí: Paco Editorial, 2014. p. 141-158.

LOPES, C. E. O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores. *Cad. Cedes*, Campinas, v. 28, n. 74, p. 57-73, jan./abr. 2008. Disponível em: <<http://www.scielo.br>>. Acesso em: 15 jan. 2015.

LOPES, C. E.; MEIRELLES, E. O desenvolvimento da probabilidade e da estatística. In: ENCONTRO REGIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA LEM/IMECC/UNICAMP, 18., 2005, Campinas. *Anais...* Campinas: LEM, 2005. p. 01-08. Disponível em: <<http://www.ime.unicamp.br/erpm2005/anais.htm>>. Acesso em: 14 mar. 2015.

MEMÓRIA, J. M. P. *Breve história da estatística*. Brasília, DF: Embrapa Informação Tecnológica, 2004. Disponível em: <<http://www.im.ufrj.br>>. Acesso em: 14 mar. 2015.

MORAIS, R. dos S.; ONUCHIC, L. de la R. Uma abordagem histórica da resolução de problemas. In: ONUCHIC, L. de la R. et al. (Org.). *Resolução de problemas: teoria e prática*. Jundiaí: Paco Editorial, 2014. cap. 1, p. 17-34.

NERES, R. L. *Movimento da matemática moderna no Brasil*. São Luís: EDUFMA, 2011.

ONUCHIC, L. de la R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). *Pesquisa em educação matemática: concepções & perspectiva*. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

ONUCHIC, L. de la R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. *Boletim de Educação Matemática – BOLEMA*, Rio Claro: UNESP, v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011.

POLYA, G. *A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático*. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

\_\_\_\_\_. *Mathematical discovery: on understanding, learning and teaching problem solving*. Washington, DC, USA: Library of Congress Catalog, 1962. v. 1.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. *Investigações matemáticas em sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica, 2015.

POZO, J. I. *A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender*. Porto Alegre: Artmed, 1998.

RIOS, D. F.; BÚRIGO, E. Z.; OLIVEIRA FILHO, F. Movimento da matemática moderna: sua difusão e institucionalização. In: OLIVEIRA, M. C.; SILVA, M. C. L.; VALENTE, W. R. O. (Org.). *Movimento da matemática moderna: história de uma reformulação curricular*. Juiz de Fora, MG: Ed. UFSJ, 2011. 192 p.

TRIOLA, M. F. *Introdução à estatística*. Tradução de Vera Regina Lima de Farias e Flores. Revisão técnica de Ana Maria Lima de Farias. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008.

VALE, I. A criatividade nas (re) soluções visuais de problemas. *Revista Educação e Matemática*, Lisboa, Portugal, v. 5, n. 135, p. 9-15, nov./dez. 2015.

VAN DE WALLE, J. A. *Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula*. Tradução Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.