ISSN 2447-5777

ENSINO & MULTIDISCIPLINARIDADE

Jul. | Dez. 2020, Volume 6, Número 2, p. 1-20.

Quantidades intensivas: análise de uma intervenção com alunos do 5° ano do Ensino Fundamental

Intensive quantities: analysis of an intervention with students of the 5th year of Brazilian Elementary School

Flavia Caraiba de Castro[1] - https://orcid.org/0000-0002-6744-9158
Heloiza Helena de Jesus Barbosa[2] - https://orcid.org/0000-0002-5535-4557

[1] Mestra em Educação Científica e Tecnológica pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC). Docente do Instituto Federal Catarinense **-** (IFC), Videira, Santa Catarina, Brasil. E-mail: flavia.castro@ifc.edu.br
[2] Doutora em Educação pela Boston University (BU). Professora do Departamento de Estudos Especiais em Educação, Centro de Educação, Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Santa Catarina, Brasil. E-mail: heloiza.barboza@gmail.com

Resumo

Os números racionais em sua representação fracionária fazem parte dos conteúdos desenvolvidos pelas escolas a partir dos 4º e 5º anos do Ensino Fundamental, e vêm sendo considerados, pela comunidade acadêmica, como um conteúdo problemático. Neste artigo, apresenta-se uma análise cujo objetivo foi identificar as contribuições da compreensão do significado de medida, no contexto de quantidades intensivas, para a aprendizagem dos Números Racionais em sua representação fracionária para alunos do 5° ano. Para tanto, foi realizado um estudo com 24 alunos do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Santa Catarina. A fundamentação teórica da pesquisa contou com a Teoria dos Campos Conceituais, proposta por Vergnaud, e as ideias teóricas de Nunes et al. A metodologia Quase Experimental foi dividida em três etapas: a primeira, referiu-se à aplicação do pré-teste; a segunda, fase de intervenção; e, por último, a etapa da aplicação de dois pós-testes. Os dados foram analisados em duas perspectivas: a quantitativa, em que se buscou relacionar os percentuais de acerto; e a qualitativa, visando identificar os tipos de erros cometidos pelos alunos. Os resultados mostraram que o significado medida teve efeitos distintos na aprendizagem da fração e trouxe contribuições para o início da apropriação desse objeto.

Palavras-chave: Fração. Quantidade intensiva. Medida.

Abstract

The rational numbers in their fractional form are part of the content developed by schools from the 4th and 5th years of Brazilian Elementary School, and have been considered, by the academic Community, as problematic

Como citar: CASTRO, F. C.; BARBOSA, H. H. J. Quantidades intensivas: análise de uma intervenção com alunos do 5° ano do Ensino Fundamental. **Ensino e Multidisciplinaridade**, v. 6, n. 2, p. 1-20, 2020.

content. In this article, an analysis is presented in order to identify the contributions of understanding the measurement's meaning, in the context of intensive quantities, for the learning of Rational Numbers in its fractional representation for Brazilian 5th grade students. To this end, a study was carried out with 24 students, from the Application School of the Universidade Federal de Santa Catarina. The theoretical basis of this research relied on the Theory of Conceptual Fields, proposed by Vergnaud, and the theoretical ideas of Nunes et al. The quasi-experimental methodology was organized into three stages: the first, referred to the application of the pre-test; at the second, the intervention phase and, at the end, the stage of applying two post-tests. The data were analyzed in two perspectives: the quantitative, in which it was searched to relate the percentage of correct answers, and the qualitative, aiming to identify the kind of mistakes made by the students. The results showed that the measurement meaning had distinct effects on learning the fraction and brought contributions to the beginning of the appropriation of this object.

Keywords: Fraction. Intensive quantities. Measurement.

Introdução

Os números racionais, em sua forma fracionária, fazem parte de uma gama de conteúdos abordados pelas escolas nos 4.º e 5.º anos do Ensino Fundamental.

Nunes e Bryant (1997) chamam atenção para o fato de que, se o trabalho com o tema - números racionais em sua representação fracionária - for feito somente considerando o significado parte-todo, a compreensão de que o conjunto dos racionais é uma extensão do conjunto dos números naturais ficará prejudicada. Afinal, para perceber essa extensão, o aluno precisaria vivenciar situações em que a ideia da divisão é ampliada.

A vivência de situações-problema é justamente o que Gérard Vergnaud (1988; 1990; 1996) enfatiza em sua Teoria dos Campos Conceituais (TCC), ao abordar o processo de formação de conceitos. Para este autor, é por meio das experiências com um grande número de situações, nas quais os alunos utilizam repertórios de habilidades e ideias para reconhecer ou identificar as propriedades contidas nos objetos de estudos e em seguida representá-las simbolicamente, que os conceitos se forjam.

Portanto, se os alunos estão tendo uma vivência estreita e fortemente focada no significado parte-todo dos números fracionários, como afirma os estudos de Nunes e Bryant (1997), Nunes e Silva (2009) e diversos outros pesquisadores brasileiros (BEZERRA, 2001; CAMPOS, 2011; CANOVA, 2006; NUNES, 2007; MERLINI, 2005; MOUTINHO, 2005; RODRIGUES, 2005; SANTOS, 2005), que, de um modo geral, fazem uma crítica à forte tendência do ensino brasileiro em privilegiar alguns significados de fração em detrimento de outros, então, estes alunos estão em risco de desenvolver conceitos superficiais e incompletos dos números fracionários.

Esse ponto foi realçado por Nunes e Bryant no seguinte trecho:

> (...) quando as crianças resolvem tarefas experimentais sobre divisão e números racionais, elas se engajam em raciocinar sobre as situações. Em contraste, quando elas resolvem tarefas matemáticas em avaliações educacionais, elas vêem a situação como um momento no qual elas precisam pensar em que operações fazer com os números, como usar o que lhes foi ensinado na escola; concentrando-se nas manipulações de símbolos, os alunos poderiam desempenhar em um nível mais baixo que teriam desempenhado se tivessem se preocupado mais com a situação problema (NUNES; BRYANT, 1997, p. 212).

Talvez o fraco desempenho dos estudantes, documentado nos testes oficiais de avaliação da aprendizagem (Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica - Saeb), pode estar relacionado à complexidade inerente aos números fracionários. Estes, por sua vez, quando não adequadamente conceituados e compreendidos através de diversas situações-problema, as quais, segundo a TCC, promovem o alargamento das ideias, os mesmos transformam-se em números com regras desconexas e sem sentido, cujos resquícios acompanham o estudante durante sua vida acadêmica.

Os estudos desenvolvidos por Terezinha Nunes e outros autores (NUNES; BRYANT, 1997; NUNES, 2003; NUNES et al., 2012; HOWE; NUNES; BRYANT, 2010) apontam para a existência de, pelo menos, cinco significados de fração, sendo estes: parte-todo, operador multiplicativo, quociente, medida e número. Mas o ensino de fração, no contexto educacional da Inglaterra – onde suas pesquisas são conduzidas através da Universidade de Oxford –, não envolve compreensivamente estes cinco significados, mas privilegia somente alguns significados, prejudicando, assim, a compreensão conceitual mais ampla e flexível.

O mesmo problema de se privilegiar determinados significados de números fracionários em detrimento de outros, também pode ser notado nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) adotados no Brasil, os quais sugerem que no segundo ciclo do Ensino Fundamental (4º e 5º anos)[1] sejam trabalhados três significados: parte-todo, razão e quociente. E, somente no terceiro ciclo do Ensino Fundamental (6º e 7º anos), aconteceria a introdução do significado de operador multiplicativo. O significado razão, trazido pelos PCN, segundo a classificação teórica de Kieren,[2] diz respeito às frações que são usadas como um índice comparativo entre duas grandezas, não existindo necessariamente uma relação com uma unidade ou um todo. Essa comparação entre duas grandezas, "a" e "b", pode ser representada por "a: b", "$\frac{a}{b}$", na qual se faz a leitura: "a" está para "b". Já o significado de medida, relativo às quantidades intensivas, não parece fazer parte dos parâmetros curriculares.

Estudos preocupados com essa realidade fragmentária do ensino de frações procuraram problematizar as inúmeras faces relacionadas ao ensino e à aprendizagem dos números racionais, na tentativa de identificar tais problemas e propor possíveis contribuições. Destaca-se, no Brasil, o projeto "A formação, desenvolvimento e ensino do conceito de fração", desenvolvido dentro do programa de cooperação entre a Oxford University, sob a coordenação de Terezinha Nunes, e o Programa de Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC-SP, coordenado pelas professoras Tania Campos e Sandra Magina, cujo objetivo foi investigar a formação do conceito de fração considerando o ensino e a aprendizagem no Ensino Fundamental, Médio e Superior.

Como pode ser visto na situação supracitada, cuja supervalorização de alguns significados é exposta, temos duas situações. Primeiramente, enquanto o significado número, apesar de não fazer parte do currículo, está presente nas práticas em sala de aula, a situação do significado medida não é a mesma. Além disso, como já foi evidenciado por pesquisadores, esse significado é composto por dois tipos de quantidades: a quantidade extensiva e a quantidade intensiva. Pesquisas mostram que, quando abordadas em sala de aula, apenas uma parte de seu significado é abrangida, que faz referência ao contexto de quantidades extensivas.

Segundo Nunes, Desli e Bell,

[1]O Ensino Fundamental no Brasil está dividido em quatro ciclos: primeiro ciclo composto pelos 2° e 3° anos; segundo ciclo composto pelos 4° e 5° anos; terceiro ciclo composto pelos 6° e 7 ° anos; e o quarto composto pelo 8° e 9° anos.

[2] Kieren (apud RODRIGUES, 2009) foi a primeira pesquisadora a propor que a construção do conceito de número fracionário deve levar em consideração diferentes interpretações e significados. Os quatro "subconstructos" propostos por esta autora são: quociente, operador, medida e razão, na qual o parte-todo estaria presente em todos os subconstrutos.

> Algumas das ideias que mantemos firmemente sobre as quantidades se aplicam ao extensivo, mas não para quantidades intensivas. Por exemplo, a maioria de nós estaria pronta a concordar que, para qualquer quantidade, o conjunto é igual à soma das partes. No entanto, isto não se aplica as quantidades intensivas[3] (NUNES; DESLI; BELL, 2003, p. 652).

Os autores ressaltam que os pesquisadores há muito tempo são cientes da diferença entre as quantidades extensivas e intensivas, bem como sua importância para o ensino, e apontam que os ensinos das quantidades intensivas são sutis comparados ao ensino das quantidades extensivas. Enquanto nas extensivas são oportunizadas, desde os anos iniciais de ensino, a manipulação, medida e razão, sobre as intensivas nada diz a respeito o currículo da disciplina de Matemática.

Piaget, em seu livro *A concepção de número da criança*, explicou essa diferença entre as quantidades. O mesmo definiu a quantidade extensiva como sendo "o nome dado a qualquer magnitude que é suscetível de adição real" (1952, p. 244), como exemplo cita a massa, pois a massa que forma um corpo corresponde à soma das partes. E, quanto a quantidades intensiva, definiu sendo "o nome de qualquer magnitude que não é suscetível de adição" (Ibdem). Por exemplo, a temperatura, apresentando o exemplo clássico da adição de dois líquidos, a exemplo da água, contendo temperaturas distintas, nesse caso, o todo não é igual a soma das partes.

A definição de quantidades intensivas, proposta por Nunes et al., ressalta que

> Quando a medida de uma quantidade baseia-se na comparação de duas quantidades da mesma natureza e na logica parte-todo, dizemos que a medida se refere a uma quantidade extensiva. As medidas baseadas na relação entre duas quantidades diferentes são medidas de quantidade intensivas (NUNES et al., 2009, p. 148).

Os autores também diferenciam a lógica dessas duas quantidades: "A lógica das quantidades extensivas... baseia-se na relação parte-todo: portanto no raciocínio aditivo. A lógica das quantidades intensivas baseia-se numa relação entre duas quantidades: portanto no raciocínio multiplicativo" (Ibidem).

Nunes, Desli e Bell argumentam que há dois tipos de quantidades intensivas. Um primeiro tipo que diz respeito às situações em que as variáveis são combinadas para formar um todo, e um segundo tipo, onde se referem a situações em que as variáveis permanecem separadas.

> O primeiro tipo de quantidade intensiva muitas vezes leva a uma experiência perceptiva que poderia servir de base para o aprendizado sobre estas quantidades na vida diária. Considere, por exemplo, o gosto. Se somarmos mais açúcar a um suco, o sabor é mais doce. Se a mistura se torna muito doce, não há nenhuma maneira de retirarmos o açúcar adicionado, mas podemos acrescentar mais suco, a fim de torná-lo menos doce[4] (2003, p. 658).

Ou seja, os autores ressaltam que esse tipo de experiência poderia criar a oportunidade para aprender sobre relações inversas quando a quantidade intensiva é uma junção de duas quantidades extensivas: "O segundo tipo de quantidade não pode ser ligado a tais experiências perceptivas, não há nenhuma experiência perceptiva de custo, por exemplo, e nós só podemos raciocinar sobre o valor pago e o valor comprado, custo-benefício[5]" (Ibidem).

[3] Tradução do Inglês feita pelas autoras deste estudo.
[4] Tradução do Inglês feita pelas autoras deste estudo.
[5] Tradução do Inglês feita pelas autoras deste estudo.

Pesquisas mais recentes (HOWE; NUNES; BRYANT, 2010; NUNES et al., 2012) têm trazido à tona a importância de as crianças vivenciarem situações com as quantidades intensivas, relacionando as dificuldades do desenvolvimento do raciocínio proporcional com a falta de ênfase no ensino da mesma, reconhecendo, assim, o importante papel para o desenvolvimento cognitivo matemático de atividades que abordem essas quantidades.

> O obstáculo básico à compreensão das quantidades intensivas reside na dificuldade que as crianças têm em PENSAR "relativamente": de modo especial, quando as relações a serem consideradas são inversas (NUNES et al., 2009, p. 148).

Problemas com esse pensar relativamente, seja nas relações diretas ou inversas, dizem respeito a relação de duas grandezas, que se ramificam em grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais.

Estando nítida a importância do aprofundamento de pesquisas nessas grandezas, em nosso trabalho focamos nas quantidades intensivas, considerando que as mesmas podem ser encontradas em várias situações. Dessas situações, nosso estudo levou em conta solução (quantidade de soluto pela quantidade de solvente), velocidade[6] (diretamente proporcional à distância, inversamente proporcional ao tempo) e lotação (quantidade de pessoas em relação ao espaço).

Este texto representa um recorte de uma pesquisa desenvolvida em nível de mestrado, no programa de Pós Graduação em Educação Cientifica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina - (PPGECT - UFSC) em 2014, cuja problemática foi identificar se, ao ampliar a vivência de situações para englobar experiências com atividades escolares relacionadas ao significado medida em contexto de quantidades intensivas, o qual não faz parte do currículo oficial, haveria alguma contribuição à compreensão dos números racionais.

Metodologia

O estudo aqui apresentado teve um caráter quase experimental, com objetivo de identificar quais as contribuições da compreensão do significado de medida, no contexto de quantidades intensivas, para a aprendizagem dos Números Racionais em sua representação fracionária para alunos do 5° ano do Ensino Fundamental.

Nossos sujeitos foram alunos de uma turma de 5° ano do Ensino Fundamental (do período matutino), do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Santa Catarina, sendo realizadas sessões coletivas e individuais com os alunos.

Como em nosso experimento utilizamos apenas um grupo, temos segundo Fiorentini e Lorenzato (2006), uma pesquisa de caráter quase experimental, que se caracteriza pela manipulação de um único grupo, ao qual serão aplicadas as etapas propostas.

Os sujeitos da pesquisa são 24 estudantes de um quinto ano dos anos iniciais do ensino fundamental de uma escola pública de Santa Catarina, sendo 12 meninas e 12 meninos, com idades entre 10 a 11 anos.

Nessa direção, foram planejadas seções coletivas com a aplicação de um pré-teste e 2 pós-testes individuais. Tais seções, foram organizadas em etapas, são elas: A, B e C.

A etapa "A" diz respeito ao pré-teste, com o objetivo de diagnosticar os conhecimentos das crianças em relação aos cinco significados da fração. Essa coleta de dados foi feita na

[6] Velocidade aqui será entendida como uma ideia intuitiva da relação diretamente proporcional à distância, inversamente proporcional ao tempo.

própria sala de aula do 5° ano C, sendo os problemas matemáticos apresentados em data show. Após a apresentação, as crianças tiveram cerca de 50 minutos para responderem as questões propostas, individualmente com o uso de lápis e borracha (não sendo permitido o uso de qualquer material didático).

As questões do pré-teste, contendo 18 questões, sendo que para os significados parte-todo, quociente e operador multiplicativo foram designadas 4 questões, dentre essas, duas contendo quantidades contínuas (presença de figura e outra com ausência de figura), e outras duas quantidades discretas nas mesmas condições. Para o significado medida também foram elaboradas 4 questões. No entanto, duas dessas questões foram relativas às quantidades intensivas, e outras duas às quantidades extensivas (uma questão com presença da figura). Quanto ao significado número, foram criadas duas questões, retratando a representação dos números racionais na reta numérica e outra sobre a relação de desigualdades.

A etapa “B” consistiu na intervenção de ensino, que constou de um caderno contendo 10 situações-problema com o significado medida, envolvendo problemas como de solução, velocidade e lotação. Para a resolução dos problemas apresentados foi disponibilizado às crianças, materiais manipulativos tais como: bonecos, carrinhos, copos descartáveis de 200 ml e 500 ml, garrafas pet de 2 litros, solvente (água) e solutos (como açúcar e concentrado de suco).

Na última etapa, “C”, o objetivo foi analisar individualmente o que as crianças conheciam dos cinco significados de fração, de modo a averiguar se houve alguma alteração após a intervenção. Ele foi constituído com 10 questões de mesmo caráter do pré-teste e perguntas focadas nos cinco significados de fração.

Análise dos dados

A análise realizada diz respeito a dois momentos da pesquisa: o primeiro trata dos instrumentos-diagnósticos, e o segundo, da intervenção de ensino.

No que diz respeito aos instrumentos-diagnóstico (pré-teste, pós-teste 1 e pós-teste 2) analisamos sob dois aspectos: quantitativo e qualitativo. O primeiro, quantitativo, inicia-se pela análise do desempenho dos alunos, segundo os diferentes significados da fração - Parte-todo (PT), Quociente (QU), Operador Multiplicativo (OM), Medida (ME) e Número (NU). No segundo analisamos o desempenho dos sujeitos segundo o significado medida.

No que tange ao aspecto qualitativo, este se refere à observação das estratégias e dos esquemas de ação utilizados pelos alunos no momento da resolução dos problemas e às variáveis empregadas como procedimento de resolução, tanto no que diz respeito aos testes-diagnóstico quanto a intervenção de ensino.

Ressaltamos que, para a análise quantitativa, não destacaremos as questões que foram deixadas em branco pelos alunos, visto que esse percentual foi pequeno, o que mostra que, de fato, houve empenho por parte dos alunos em responder às questões propostas.

Os dados da Tabela 1, a seguir, apresentam os resultados obtidos dos alunos no pré-teste com o percentual de acerto segundo a classificação dos cinco significados. Porém, antes de analisar os dados nela contidos, faz-se necessário esclarecer os cálculos realizados, para chegar aos valores nela expressos. As dezoito questões do pré-teste foram subdivididas totalizando 26 itens. Consideramos como item as alternativas a), b), c) sucessivamente. Assim, o número 624 significa que multiplicamos o número de itens (26) pelo número de alunos considerados (24). Portanto, 624 significam a possibilidade total de acertos ou 100%. Os valores porcentuais tiveram suas casas decimais arredondadas de acordo com os critérios estatísticos.

Assim, o pré-teste as questões de significado número divididas em um total de 7, resultando em uma possibilidade de acertos foi de 168 (24 vezes 7), assim como as 4 questões de significado quociente foram divididas em 7 itens.

Com relação aos outros significados, não houve divisão das questões em itens, possibilitando 96 acertos em cada significado.

Tabela 1 - Descrição dos acertos das questões referentes aos 5 significados de fração no pré-teste

Alunos do 5º ano "C" (24[7])	Parte-Todo	Quociente	Op. Mult.	Medida	Número	Total de acertos
Acertos	85 de 96	99 de 168	67 de 96	57 de 96	81 de 168	389 de 624
%	88,54	58,92	69,79	59,38	48,21	64,97

Fonte: Elaborada pelas autoras (2014)

Os dados da Tabela 1, portanto, exibem um índice geral de acerto no pré-teste de 389 respostas corretas das 624 respostas possíveis. Ou seja, houve 64,97% de acertos.

Este percentual quando olhado isoladamente parece não representar uma grande problemática, haja vista que o mesmo indica que os alunos acertaram mais da metade das questões do pré-teste. Entretanto, quando olhado em conjunto com a complexa classificação de cinco significados de fração percebe-se um desequilíbrio no entendimento e performance dos alunos. Isto é, os alunos tiveram um maior índice de acertos durante o pré-teste no significado Parte-Todo no qual eles acertaram 88,54% das questões.

Este resultado está de acordo com as pesquisas anteriores que evidenciaram dificuldades na aprendizagem de frações, exceto na aprendizagem do significado parte-todo (BEZERRA, 2001; MERLINI, 2005; MOUTINHO, 2005; RODRIGUES, 2005; SANTOS, 2005). Isso pode estar relacionado ao privilégio que se tem dado ao significado de parte-todo no ensino de frações como já relatados em algumas pesquisas (MERLINI, 2005; MOUTINHO, 2005; RODRIGUES, 2005), que apontaram um índice maior de acertos no significado parte-todo e uma percentagem menor de acerto no significado número.

Na presente pesquisa, os sujeitos também apresentaram dificuldades com o significado número como pode ser visto nos resultados do pré-teste da Tabela 1. No significado número os alunos obtiveram 81 respostas certas entre as 168 respostas possíveis, o que perfaz um percentual de acerto de 48,21%.

No significado medida, que é o foco desta investigação, os alunos demonstraram um desempenho mediano no pré-teste acertando 59,38% das questões, mas significativamente inferior ao desempenho apresentado no significado parte-todo.

Ainda no pré-teste, os alunos demonstraram ter um entendimento melhor da operação multiplicativa envolvida em fração do que da operação de divisão, como pode ser visto nos resultados de 71,67% de acertos no significado operador multiplicativo em contraste com 60,11% no significado quociente.

Após o pré-teste, os alunos participaram da intervenção que teve como foco o significado medida no contexto das quantidades intensivas.

Posterior à intervenção os alunos participaram de um primeiro pós-teste. Os dados da Tabela 2, a seguir, apresentam os resultados obtidos dos alunos no pós-teste 1, com o percentual de acerto segundo a classificação dos cinco significados. As questões de significado quociente,

[7] O número total de alunos matriculados na turma do 5º ano "C" são 25, mas uma aluna por motivos de saúde ficou o período da pesquisa afastada da sala de aula, sendo assim, considerados nesta pesquisa apenas 24 alunos.

medida e número tiveram a mesma divisão de itens que o pré-teste, resultando nas possibilidades de acertos de 168, 96 e 168, respectivamente.

Com relação ao significado parte-todo teve uma das quatro questões divididas em três itens, resultando em 144 possibilidades de acertos (6 vezes 24). Houve também a divisão, em dois itens, de uma das questões de significado operador multiplicativo possibilitando 120 acertos (5 vezes 24).

Tabela 2 - Descrição dos acertos das questões referentes aos 5 significados de fração no pós-teste 1

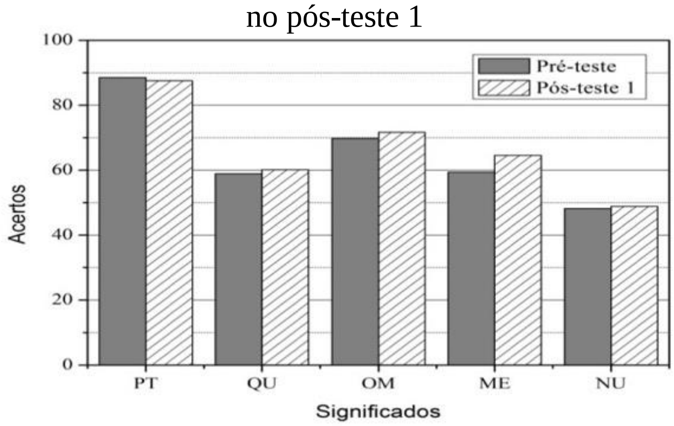
Alunos do 5º ano "C" (24)	Parte-Todo	Quociente	Op. Mult.	Medida	Número	Total de acertos
Acertos	126 de 144	101 de 168	86 de 120	62 de 96	82 de 168	457 de 696
%	87,50	60,11	71,67	64,58	48,81	65,66

Fonte: Elaborada pelas autoras (2014)

Os dados da Tabela 2 exibem um índice geral de acertos de 457 respostas corretas das 696 respostas possíveis. Ou seja, houve um percentual de 65,66% de acertos. Novamente, os alunos tiveram um maior índice de acertos no significado parte-todo (87,50%), assim como mostrou a análise do pré-teste.

Para uma melhor visualização dos dados comparativos entre pré-teste e pós-teste1, aplicado logo depois da realização da intervenção, ver Gráfico 1 abaixo.

Gráfico 1 - Percentagem de acertos referentes aos cinco significados de fração no pré-teste e no pós-teste 1



Fonte: Elaborado pelas autoras (2014)

Como pode ser observado, houve um crescimento no desempenho dos alunos em todos os significados (exceto PT) logo após a intervenção. Esse crescimento é tímido nos significados quociente, operador multiplicativo e número, não chegando a atingir valores estatisticamente significantes. Mas mostra-se mais expressivo no significado medida, o qual foi o foco da intervenção. No significado medida, o crescimento foi de aproximadamente 8,76%.

As implicações desse resultado indicam uma direção positiva de melhora no desempenho dos alunos após participarem de atividades, que focam no significado medida em contexto de quantidades intensivas.

Com um intervalo de tempo de quase duas semanas depois de realizado o primeiro pós-teste, os alunos participaram do segundo pós-teste com o objetivo de verificar a durabilidade dos benefícios alcançados. Os dados da Tabela 3, a seguir, apresentam os resultados obtidos

dos alunos no pós-teste 2, com o percentual de acerto segundo a classificação dos cinco significados. A divisão de itens foi a mesma que no primeiro pós-teste.

É importante ressaltar que o segundo pós-teste foi realizado na última semana de aula dos alunos, antes do final de ano e das férias escolares. Nesse momento, os alunos estavam pouco interessados em fazer o teste. Mas esse foi o único momento possível, considerando a agenda da escola e da pesquisadora.

Tabela 3 - Descrição dos acertos das questões referentes aos 5 significados de fração no pós-teste 2

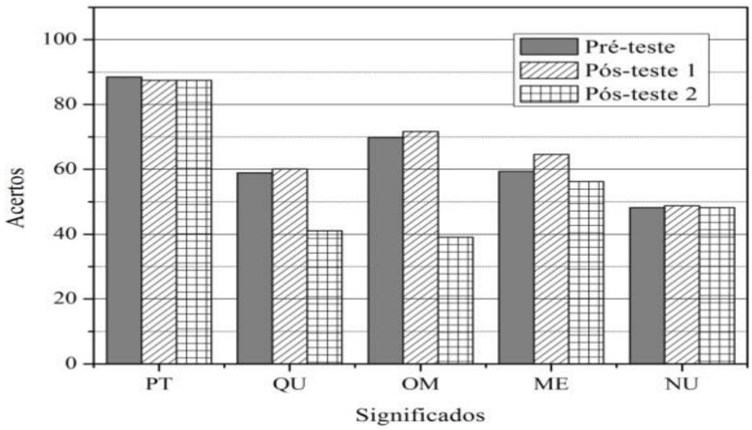
Alunos do 5º ano "C" (24)	Parte-Todo	Quociente	Op. Mult.	Medida	Número	Total de acertos
Acertos	126 de 144	69 de 168	47 de 120	54 de 96	81 de 168	377 de 696
%	87,50	41,07	39,10	56,25	48,21	54,17

Fonte: Elaborada pelas autoras (2014)

Como pode ser visto nos dados da Tabela 3, houve um declínio no desempenho dos alunos. O índice geral de acerto foi de 377 respostas corretas das 696 respostas possíveis, ou seja, somente 54,17% de acertos. Os índices do significado parte-todo, assim como o pré-teste e o pós-teste 1, mostraram-se maior que os demais, perfazendo um total de 87,50%.

No gráfico 2, a seguir, podemos comparar os índices dos instrumentos-diagnóstico.

Gráfico 2 - Percentagem de acertos referentes aos cinco significados de fração no pré-teste, no pós-teste 1 e no pós-teste 2



Fonte: Elaborado pelas autoras (2014)

A fração com o significado parte-todo foi o significado que os alunos apresentaram mais facilidade, não tendo muita diferença percentual quando comparado o pré-teste aos dois pós-testes. Já os significados quociente e operador multiplicativo tiveram uma oscilação considerável quando comparado aos testes-diagnóstico. Houve um melhor aproveitamento no pós-teste 1 e um declínio no pós-teste 2.

O bom desempenho dos alunos no significado parte-todo já era esperado, considerando o elevado número de estudos que haviam documentado esse comportamento. No entanto, é importante ressaltar que mesmo tendo uma aprendizagem focada no significado parte-todo em detrimento dos outros significados de fração, os alunos não conseguem transferir ou generalizar a compreensão de "todo" para outras situações significativas não aditivas, como é o caso do contexto medida. No problema de identificar a fração correspondente à porção de água no suco (todo) em duas partes água e uma de concentrado os alunos expressaram grande dificuldade porque não conseguiam perceber o todo. Isto quer dizer que, mesmo o conceito de "todo", o qual é grandemente enfatizado no ensino de matemática sobre os números racionais, não é solidamente construído. Isto é um forte indicador de que o ensino de matemática ainda se funda em firmar procedimentos e não a formação de conceitos.

Quanto às dificuldades presentes no significado número, estas carecem de explicação. Talvez uma possibilidade de as explicar esteja presente nas dificuldades dos alunos em perceber a relação de divisão existente entre o numerador e o denominador, tratando o mesmo como uma superposição de dois números naturais. Canova, em sua pesquisa, atribui uma hipótese para tal problema: "(...) é que questões como essas apresentadas para o significado número são pouco exploradas e quando trabalhadas se apresentam em um quadro restrito de exemplos/atividades" (2006, p. 186).

A dificuldade encontrada nesse significado já foi relatada em várias outras pesquisas (BEZERRA, 2001; CANOVA, 2006; MALASPINA, 2007; SANTOS, 2005), as quais vêm atribuindo essa dificuldade à equivalência de fração. Por exemplo, se o aluno soubesse que $\frac{10}{20}$ equivale à $\frac{5}{10}$ a resposta dada na questão, 16d do pós-teste 1, seria o sinal de igualdade (=). O mesmo problema se atribui às dificuldades encontradas nas questões referentes aos problemas que abordaram a reta numérica. Por exemplo, se o aluno sabe onde se localiza o número decimal 1,5 e sabe também que esse número é equivalente à $\frac{3}{2}$, então, por transitividade, ele saberia onde se localiza $\frac{3}{2}$.

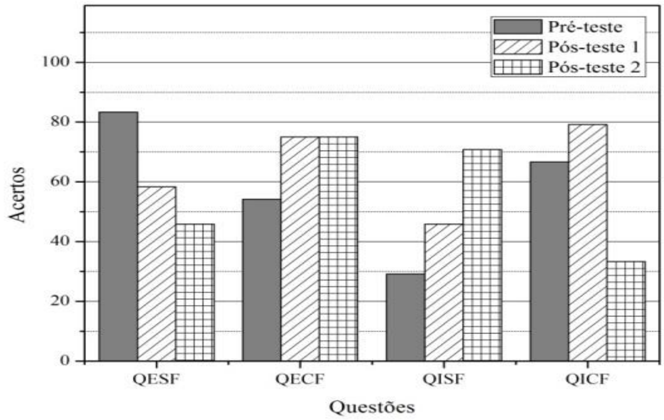
Ainda referente aos problemas desse tipo, Santos complementa: "Deverá perceber ainda, que todo número tem um ponto correspondente na reta numérica e que sua localização depende do princípio de ordenação (invariante), isto é, $\frac{2}{3}$ é um número compreendido entre 0 e 1" (2005, p. 39).

Outro resultado relevante deste estudo foi o papel facilitador que as figuras ilustrativas tiveram em algumas situações. Podemos explicar este achado considerando os resultados nos três testes diagnósticos, onde é evidenciado nas questões de quantidade contínua do pré-teste e nas questões de quantidade discreta do pós-teste 1 e do pós-teste 2. O fato de o problema ter ou não a ilustração, não favorecia, no início (pré-teste), o acerto dos alunos. Por outro lado, no pós-teste1 e no pós-teste 2, após a intervenção, essa grandeza passou a interferir de forma positiva no desempenho dos alunos ao resolverem os problemas. Esse resultado está em alinhamento com o apresentado pela pesquisa de Malaspina, quando afirma que "(...) os alunos tinham mais sucesso ao resolver problemas nos quais os ícones estavam presentes, do que naquelas situações em que não havia representações icônicas" (2007, p. 162).

Em se tratando do significado medida (Gráfico 3), a média de acertos das questões de quantidades intensivas do pré-teste foi 30,30% menor que a média de acertos das questões de quantidades extensivas. Já no primeiro pós-teste, o percentual de acertos de quantidades intensivas for 6,25% menor que o percentual de acerto de quantidade extensiva e 30,43% maior que o percentual de acertos obtido nas questões de quantidades intensivas do pré-teste. Tal resultado indica que os alunos assimilaram o conhecimento construído durante o período de intervenção.

No segundo pós-teste houve uma queda de 16,67% do percentual de acertos de quantidade intensiva do pós-teste 1 para o pós-teste 2. Porém, em se tratando de quantidade intensiva, o resultado foi 8,70% superior ao do pré-teste. Dessa forma, há um indício de que parte dos alunos mantiveram o conhecimento construído durante o período de intervenção.

Gráfico 3 - Percentagem de acertos referentes às questões do significado medida com quantidade extensiva sem figura (QESF) e com figura (QECF) e com quantidade intensiva sem figura (QISF) e com figura (QICF)



Fonte: Elaborado pelas autoras (2014)

Com relação a presença de figura, tal recurso, teve um papel facilitador nas questões de quantidades extensivas do primeiro e do segundo pós-teste e nas questões de quantidades intensivas do pré-teste e do pós-teste 1. A presença de figura representou um aumento de respectivamente 28,57%, 63,63%, 128,57% e 72,73%.

Sumarizando esta análise quantitativa podemos fazer as seguintes inferências. Com relação ao desempenho geral dos alunos, houve uma melhora pouco significativa do pré-teste para o pós-teste 1, como pode-se observar no Gráfico 2. Houve uma melhora um pouco mais expressiva no percentual de acertos das questões de significado medida. Com relação aos outros significados apenas o significado parte-todo apresentou uma queda no desempenho. Apesar disso, o significado parte-todo apresentou um desempenho consideravelmente superior aos outros quatro significados de fração, evidenciando o privilégio que se tem dado ao significado de parte-todo no ensino de frações.

No que tange ao aspecto qualitativo, temos 6 categorias, baseados na TCC, frente aos testes-diagnóstico (pré-teste, pós-teste 1 e pós-teste 2), que abordam as situações que compreendem os problemas envolvendo os cinco significados de fração.

Categoria 1. E1 - Realizar uma divisão de uma quantidade contínua, desprezando a conservação das áreas na figura e repartindo as partes, segundo um critério aleatório.

Essa categoria refere-se à estratégia utilizada pelo aluno em que um requisito fundamental da fração é desprezado, o todo dividido em partes iguais. Tal erro foi encontrado em questões que o aluno precisava representar uma fração em um desenho, como mostra a Figura 1. Nessa situação o aluno divide o todo em formas geométricas e áreas distintas.

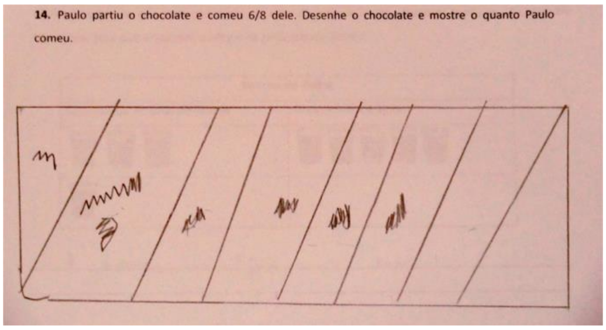


Figura 1 - Questão 14 do pós-teste 1 resolvida pelo aluno com a estratégia E1
Fonte: Castro (2014, p. 179)

Esta estratégia de resolução também foi constatada nos estudos de Campos et al. (1995) citada por Nunes e Bryant (1996).

Em seus estudos Campos et al. (1995) mostrou que, a introdução da fração pelo modelo Parte-todo simplesmente induz os alunos aplicar um procedimento de dupla contagem sem necessariamente entender o significado da fração. Os resultados dos estudos de Campos confirmam a suspeita de que os alunos podem usar a linguagem das frações sem compreender completamente sua natureza.

Os alunos que utilizaram a estratégia E1 não evocaram o invariante operatório (I) proporção (necessário para a resolução do problema), gerando uma representação simbólica (R) errada (figura dividida em partes com áreas distintas).

Categoria 2. E2 - Relacionar um número fracionário na forma $\frac{a}{b}$ (a ∈ Z, b ∈ Z, com b ≠0) como sendo um número decimal na forma a.b.

Nesse caso o aluno demonstra não conhecer o número racional na forma de fração, não reconhecendo a fração como sendo uma forma de representar uma divisão.

A estratégia E2 ocorre quando o aluno não conhece a representação simbólica $\frac{a}{b}$ (R), levando-o a identificar a situação (S) de maneira equivocada e consequentemente se utilizando dos invariantes operatórios (I) inadequados (equivalência entre a forma fracionária $\frac{a}{b}$ com a forma decimal).

A Figura 2 apresenta um caso em que o aluno utilizou as frações $\frac{3}{5}$ e $\frac{5}{4}$ como sendo os números 3,5 e 5,4. Nessa ocasião, o aluno cometeu erro ao utilizar a estratégia E2 e utilizou frações diferentes das fornecidas pelo enunciado.

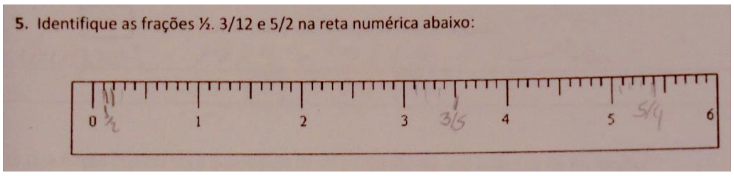
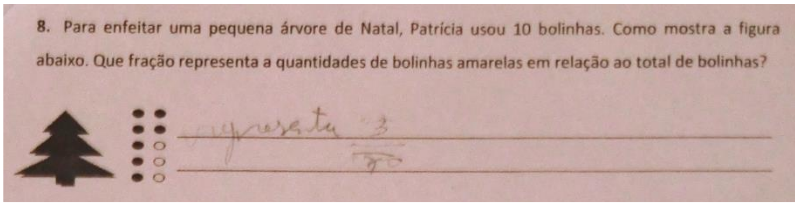


Figura 2 - Questão 5 do pós-teste 1 resolvida pelo aluno com a estratégia E2
Fonte: Castro (2014, p. 180)

A estratégia E2 foi principalmente identificada em questões de significado número de reta numérica. Ao trabalharem com uma régua, os alunos apresentaram dificuldade de associar a fração a um número racional decimal, criando suas próprias regras para associar a fração com um ponto da reta.

Categoria 3. E3- É aquela estratégia na qual o aluno despreza o todo envolvido, fazendo contagem das partes, sem relacioná-las com o todo.

Um exemplo que justifica essa estratégia é o da situação-problema descrita na Figura 9. Nesse caso, o aluno utilizou as partes do problema (3 bolinhas e 7 bolinhas) e ignorou o todo (10 bolinhas). Tal erro pode estar associado a uma dificuldade de trabalhar com elementos de natureza distinta (bolinhas de cores diferentes), tendo o aluno problemas para identificar o todo.



8. Para enfeitar uma pequena árvore de Natal, Patrícia usou 10 bolinhas. Como mostra a figura abaixo. Que fração representa a quantidades de bolinhas amarelas em relação ao total de bolinhas?

representa $\frac{3}{7}$

Figura 3 - Questão 8 do pós-teste 1 resolvida pelo aluno com a estratégia E3
Fonte: Castro (2014, p. 181)

Esse tipo de estratégia também foi observado por Merlini (2005), em quantidades contínuas e em quantidades discretas. Merlini aponta que o aluno realizou a contagem da parte em destaque e, em seguida, fez a contagem das demais partes, ignorando o todo.

Na estratégia E3, o aluno apresenta dificuldade de identificar o problema (S), desprezando o todo e se utilizando de uma forma equivocada da relação entre objetos (I), gerando o símbolo (R) inadequado.

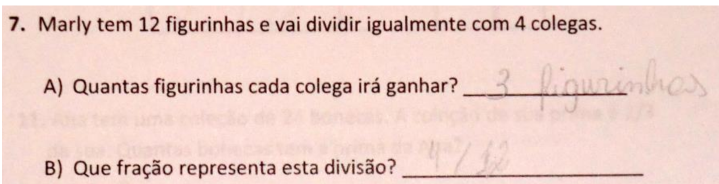
Categoria 4. E4- Compreende a estratégia em que o aluno inverte o numerador pelo denominador, porque entende que o numerador não pode ser maior que o denominador.

Tal estratégia (E4) refere-se à inversão da posição do numerador pela do denominador em casos em que a fração representa um número maior que um. Esse tipo de erro é muito comum entre as crianças, conforme apresentou os resultados de Bezerra (2001), Merlini (2005) e Moutinho (2005), e pode estar relacionado à ênfase dada ao significado parte-todo, pois, ao associar a fração como sendo um todo dividido em “N” partes, não pode haver um número maior de partes do que o todo. Com isso, o aluno acaba invertendo a fração para não haver mais partes que o todo.

O aluno que utiliza a estratégia E4 evoca um teorema-em-ação errado (que o numerador não pode ser maior que o denominador). Tal teorema é provavelmente formado pelas situações (S) vivenciadas pelo aluno, em que a condição errônea é satisfeita.

Ao vivenciar uma situação em que a propriedade é desrespeitada, o aluno adequa a representação simbólica (inverte o numerador com o denominador) para que o teoremas-em-ação seja respeitado.

A Figura 4 apresenta uma situação em que a estratégia E4 foi adotada. Nessa ocasião, o aluno sabe realizar a divisão, mas ao pedir que a divisão seja representada na forma de fração o aluno inverte o numerador com o denominador.



7. Marly tem 12 figurinhas e vai dividir igualmente com 4 colegas.

A) Quantas figurinhas cada colega irá ganhar? 3 figurinhas

B) Que fração representa esta divisão? 4/12

Figura 4 - Questão 7 do pós-teste 1 resolvida pelo aluno com a estratégia E4
Fonte: Castro (2014, p. 182)

A situação em que ocorre a inversão também é encontrada na Figura 5. Nesse caso, há uma figura indicando que o todo é composto por 10 coelhos e o aluno escreve a fração com o todo no denominador (como ocorre em questões de parte-todo).

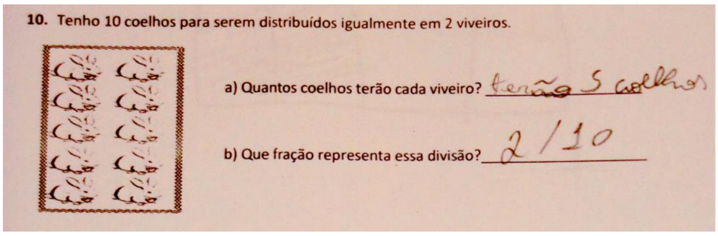


Figura 5 - Questão 10 do pós-teste 1 resolvida pelo aluno com a estratégia E4
Fonte: Castro (2014, p. 183)

Categoria 5. E5 - Compreende a estratégia em que o aluno elabora sua resposta com dados contidos no enunciado e/ou parte da resposta da referida questão.

Essa estratégia é muito semelhante à estratégia E3 (relação parte-parte), porém, a estratégia E5 ocorre em situações em que o todo não aparece explicito, nesse caso, o aluno utiliza os dados do problema ou até mesmo parte da resposta da questão.

A Figura 12 exemplifica o caso em que o aluno utiliza os dados do problema de maneira errada. Nessa ocasião, o aluno não conseguiu identificar que o total de suco é a soma das medidas de água com a medida de concentrado de laranja. Sendo assim, o aluno utilizou os dois dados que conseguiu identificar no problema (medidas de água e medida de laranja), apresentando a resposta $\frac{1}{2}$.

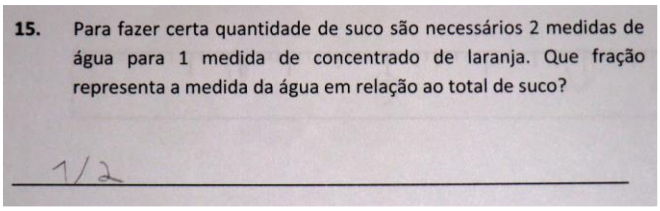


Figura 1 - Questão 15 do pós-teste 1 resolvida pelo aluno com a estratégia E5
Fonte: Castro (2014, p. 184)

Esse tipo de erro também pode estar associado a uma dificuldade de trabalhar com elementos de natureza distinta, tendo o aluno problemas para identificar o todo. Essa estratégia ocorreu principalmente no pré-teste e no segundo pós-teste, indicando que a intervenção teve um efeito de curto prazo na forma de o aluno identificar frações.

Categoria 6. E6- Compreende a estratégia em que o aluno desconsidera a numeração contida na reta numérica e a considera como uma figura. Encontramos essa estratégia em problemas do significado número, onde os alunos ao invés de posicionar o número fracionário solicitado no problema, utilizando a referência numérica contida na régua, dividia a figura, conforme lhe fosse conveniente, e assim encontrava a posição que considerava correta, como mostra a figura a seguir.

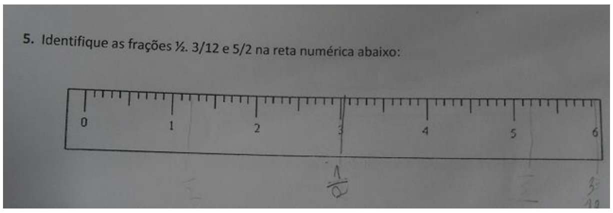


Figura 7 - Questão 5 do pós-teste 1 resolvida pelo aluno com a estratégia E6
Fonte: Castro (2014, p. 184)

Esse tipo de erro pode estar associado aos alunos estarem acostumados a encontrarem a posição do número fracionário em uma determinada figura, (cujo procedimento de resolução exigia dividir a figura em partes iguais e depois de feito isso, encontrar a posição do número desejado). Com os problemas referentes à reta numérica o procedimento muda (as divisões da figura já são dadas, bastando o aluno posicionar o número fracionário solicitado). Por exemplo, no problema de número 5 do pós-teste 1 (Figura 7), era solicitado para encontrar a posição do número $\frac{1}{2}$ na figura dada (a figura representava uma régua). A estratégia realizada pelo aluno foi de repartir a figura ao meio posicionando o número $\frac{1}{2}$ na metade da figura, ou seja, na metade da régua.

Já quanto a intervenção de ensino, contemplou três situações com quantidades intensivas (solução, velocidade e lotação) em que os alunos receberam 10 questões para resolver, sendo fornecidos como auxílio dois tipos de materiais, os ilustrativos e a os manipulativos.

No que diz respeito a situação solução, temos que: A primeira questão foi sobre a quantidade intensiva, sem a presença de figura, são apresentadas 3 variáveis distintas (água, açúcar e concentrado de suco), sendo duas delas constantes (água e o concentrado de suco) variando somente uma (açúcar). Nele foram disponibilizados os materiais manipulativos: copos descartáveis, açúcar, concentrado de suco e água. Com essa questão acreditamos que o aluno comece a pensar sobre a relação de proporção que existe entre as receitas.

Para a alternativa “a”, todos os alunos conseguiram sentir a diferença, por meio do paladar, e responderam que os sucos não tinham o mesmo gosto, e que a diferença entre eles é a doçura.

Para a alternativa “b” os alunos compreenderam que quando aumentamos um ingrediente da receita, para que o gosto continue os mesmos, todos os outros ingredientes têm que ser aumentados na mesma proporção, e responderam para a primeira receita: 1copo de água, 1 copo de concentrado e 2 colheres de açúcar, já na segunda receita, 1 copo de água, 1 copo de concentrado e 4 colheres de açúcar.

Dessa forma não foram encontradas dificuldades, por parte dos alunos, na referida questão. Acreditamos que isso tenha ocorrido devido estar se tratando de uma questão que envolva a fração ½, e a relação proporcional existente tenha sido de uma grandeza inteira.

Outra questão com os mesmos materiais (questão 2), manteve a quantidade de açúcar constante e utilizou as frações 1/3 e 2/3 para trabalhar com os outros dois ingredientes. Nessa questão, os alunos apresentaram dificuldade inicial com as medidas 1/3 e 2/3. Mas, ao serem questionados pela pesquisadora sobre como utilizaram a fração ½ na questão anterior, os alunos conseguiram superar tal dificuldade.

Além disso, as questões 7 e 9 envolvem a quantidade intensiva, com a presença de figura. Nessa questão os alunos precisam utilizar o conhecimento construído nas questões 1 e 2, mas sem usar o material manipulativo.

Nas duas primeiras questões foram utilizados materiais manipulativos, o que propiciou ao aluno, além do invariante de proporção, também o de percepção sensorial (sentir o sabor dos ingredientes), incomum dentro da sala de aula. Já nas outras duas o aluno precisou se utilizar de conceitos-em-ação de proporção.

No que tange a situação de velocidade, temos que: A questão 3 envolve a quantidade intensiva, sem a presença de figura, onde são apresentadas as variáveis "distância do percurso", "tempo gasto" e "velocidade do carro". Nessa questão foram disponibilizados dois carrinhos em miniatura (um laranja e um verde) e duas pistas de tamanhos distintos. Com essa questão acreditamos que o aluno comece a pensar sobre a relação de proporção que existe entre a distância e o tempo (sobre a velocidade).

Para a alternativa "a", todos os alunos apresentaram dificuldade. Os alunos não tinham confiança ao responder. A pesquisadora explicou então o enunciado de toda a questão utilizando os recursos manipulativos, de forma que os alunos pudessem entender a relação entre tempo, distância e velocidade.

Já na alternativa "b", como os alunos já haviam compreendido a questão e as relações entre as variáveis do problema, os alunos responderam o item com facilidade.

Com relação à questão 4, também é envolvida a quantidade intensiva, sem figura. Tal questão utiliza as mesmas variáveis que a questão 3, porém, a distância é a mesma para o carro laranja e para o carro verde. Na quarta questão da intervenção foram também disponibilizados dois carrinhos em miniatura (um laranja e um verde), mas foi disponibilizada apenas uma pista. Com essa questão acreditamos que o aluno comece identifique outras formas de trabalhar a relação de proporção existente entre a distância e o tempo (sobre a velocidade).

Para as alternativas da questão, como os alunos já haviam compreendido a questão e as relações entre as variáveis do problema, houve facilidade em responder tanto o item "a" como o item "b".

Já a questão 10 envolve a quantidade intensiva, com a presença de figura. Nessa questão é apresentada a relação de proporção existente entre a distância e o tempo (sobre a velocidade) de uma maneira diferente das questões 3 e 4.

Nessa última questão, muitos alunos responderam "30km/h" no item "a", ao invés de "40km/h". Ao perguntar o motivo dessa resposta, tais alunos responderam que ao aumentar o tempo gasto em uma hora o enunciado indicava que a velocidade reduzia a metade. Dessa forma, os alunos haviam entendido que, ao aumentar mais uma hora, a velocidade reduzia novamente à metade.

Aos alunos que erraram o item "a" da questão 10, a pesquisadora explicou que a velocidade é a distância percorrida (120 km) dividida pelo tempo gasto. Foi explicado então que ao percorrer 120 km em uma hora a velocidade seria de 120 km/h e ao gastar duas horas a velocidade passa a ser 60 km/h (120km/2h).

No item "b" os alunos não tiveram dificuldades, já faziam a conta direto (120 km/3h) e respondiam 40 km/h. Já no item "c" os alunos não tinham certeza de que operação realizar, tendo novamente a intervenção da pesquisadora. Dessa forma a mesma explicou que agora se tratava da metade de uma hora. Muitos alunos já falavam que seria metade do que dava quando se tratava de uma hora ((120 km/2h)/2 = 60/2 = 30). Com isso, os alunos responderam corretamente os itens da última questão da intervenção.

Nas questões 3 e 4 os alunos tiveram o auxílio do material manipulativo, o que propiciou aos mesmos a percepção sensorial da situação (ver os carros em movimento, bem como a extensão das pistas). Já na questão 10, os alunos fizeram uso da ilustração, sendo usado o invariante de proporção e divisão.

Já sobre a situação lotação, temos que: a questão de número 5 envolveu a quantidade intensiva sem a presença de figura, apresentando como variáveis o “número de amigos”, “capacidade máxima do elevador” e “número de viagens”, sendo a grandeza “capacidade máxima do elevador” constante. Nele foram utilizados como auxílio 20 bonecos, representando os amigos de Paulo, e um recipiente para representar o elevador.

Com essa questão acreditamos que o aluno comece a pensar sobre uma relação de proporção existente entre o número de pessoas e o número de viagens.

As respostas que pretendemos chegar junto ao aluno são:

Na alternativa “a” muitos alunos, após a leitura da questão já respondiam 3 viagens, fazendo mentalmente a conta (20/6 = 3 e sobra 2). A pesquisadora intervia pedindo para que o aluno verificasse o resultado utilizando o material que foi disponibilizado. Com a utilização dos mesmos os alunos percebiam a existência dessa sobra e que era necessário mais uma viagem de elevador para que todos os amigos de Paulo subissem. Aos alunos que, de cara, já se utilizavam dos materiais e respondiam 4 viagens, a pesquisadora intervia perguntando se teria uma outra forma de resolver o problema sem a ajuda do material, e as crianças respondiam que sim, era somente fazer a divisão de 20 por 6, que daria 3, só que sobrariam 2, precisando, assim, o elevador subir mais uma vez, totalizando 4 viagens. Já na alternativa “b” os alunos responderam direto que sobrariam 4 alunos, pois, na conta feita anteriormente, sobrariam 2 lugares, sendo que tinha 6 lugares, logo de dois para 6, ficam vagos 4 lugares. Na alternativa “c” a maiorias dos alunos repetiram o processo do item “a”, porém colocando 5 bonecos em cada viagem de elevador, ao invés de 6, respondendo que seriam feitas 4 viagens e que dessa vez não sobrariam vagas.

A questão número 6 envolveu a quantidade intensiva com a presença de figura, onde são apresentadas as variáveis “número de canteiros”, “número de flores” e “limite de flores em cada canteiro”, sendo a grandeza “limite de flores em cada canteiro” constante. Com essa questão acreditamos que o aluno pense na situação lotação sem utilizar o material manipulativo.

Na alternativa “a” alguns alunos utilizavam as figuras para contar quantos canteiros poderia ser feito. Outros alunos apenas dividiam os números dados no enunciado (9 cravos, 18 margaridas e 27 rosas) por nove e depois somavam os resultados das divisões. Para os alunos que apresentaram dificuldade a pesquisadora perguntou quantas flores o jardineiro possuía e os alunos responderam “54 flores”. Em seguida, foi perguntado a esses alunos quantas flores o jardineiro deseja colocar em cada canteiro e tais alunos responderam “9 flores”. A pesquisadora explicou então que o número de canteiros era o total de flores dividido pelo número de flores em cada canteiro.

Na alternativa “b” os alunos ficaram inicialmente confusos. Ao perceber isso, a pesquisadora pedia para que os alunos lessem o enunciado novamente, mas com mais calma. Após isso, se o aluno ainda apresentasse dificuldade, a pesquisadora realizava uma série de perguntas de forma que o aluno conseguisse resolver a questão por meio da resposta das perguntas que a pesquisadora realizou.

A questão número 8 envolveu a quantidade intensiva com a presença de figura, onde são apresentadas as variáveis “número de parentes visitando”, “número de parentes no barco” e “número de barcos”. Com essa questão acreditamos que o aluno pense em outros casos em que o conceito construído nas questões de situação lotação possa ser utilizado.

No item “a” alguns alunos respondiam rapidamente de forma errada. Nesse caso, a pesquisadora perguntava como o aluno havia encontrado a resposta. Após isso, os alunos percebiam que haviam respondido errado. Caso o aluno não conseguisse responder a questão, a pesquisadora perguntava quantas pessoas utilizavam cada barco. Os alunos então conseguiram responder corretamente a questão.

Ao se depararem com o item “b”, os alunos conseguiam responder com facilidade a questão.

Nas questões que abordaram essa situação, de modo geral, foram necessários que os alunos se utilizassem dos invariantes de divisão.

Percebeu-se, nesse processo de intervenção, que os alunos apresentaram diversas dificuldades em lidar com os problemas envolvendo o significado medida no contexto de quantidade intensiva. Notou-se que há uma falta de familiaridade dos mesmos com os problemas e com a demanda do pensamento lógico pelo significado medida. Ou seja, neste significado os alunos não têm uma estratégia de resolução com o registro espacial de um todo que foi dividido em partes, como acontece com os outros significados de fração. No significado medida demanda pensar em termos proporcionais, como também, demanda pensar em termos de três variáveis conjuntamente. Pode-se notar como esta demanda do significado medida enriquece a compreensão dos números racionais e tem a possibilidade de influenciar positivamente outros significados de fração. Talvez com uma intervenção de longa duração ou com um programa de ensino que tenho um foco no significado medida no contexto de quantidades intensivas pode trazer maiores e melhores resultados.

Tanto nas estratégias encontradas nos instrumentos diagnósticos quanto nas estratégias encontradas na intervenção, levamos em consideração Vergnaud (1996), onde afirma que a construção do conhecimento pelo aprendiz não é um processo linear. Ao contrário, é complexo, tortuoso, demorado com avanços e retrocessos, continuidades e rupturas.

Sendo assim, ao retomar o conceito de medida associado à TCC, temos que os problemas envolvendo o conceito do significado de medida apresentado na linguagem escrita, contemplando as situações com quantidades intensivas (S), evocaram nos alunos percepções sensoriais (principalmente nos problemas que abarcavam a situação solução), bem como a multiplicação e a divisão (nos problemas que abordaram as situações de solução, velocidade e lotação), que tinham como pano de fundo a relação de proporção (I). Ao final, esses invariantes operatórios geraram as representações (na forma fracionária a/b ($a \in Z$, $b \in Z$, com $b \neq 0$) na forma decimal e na forma de figuras ilustrativas (pictórica) (R), as quais foram aqui analisadas.

Dessa forma, organizamos esses problemas com a intenção de propiciar a aprendizagem dos alunos dos cinco significados de fração, proposta por Nunes et al. (2003), trabalhando o significado medida no contexto das quantidades intensivas. Porém, estamos cientes de que cada aluno tem seu tempo, e a construção e a apropriação de um conceito são processos lentos que exigem fôlego que se estendem aos longos dos anos.

Conclusões

Com base nas análises realizadas, podemos afirmar que uma intervenção de ensino que interfere no contexto cultural e social da criança (NUNES, 1998; VYGOTSKY, 1984) e privilegia a situação-problema (VERGNAUD, 1988; 1990), apresentando atividades significativas e desafiadoras para as crianças, influencia efetivamente na formação do conceito de medida.

As crianças encontram significados para sua aprendizagem e apresentam resultados satisfatórios na conceitualização desse significado. Nossos resultados indicam que as crianças compreenderam essas novas situações (solução, lotação e velocidade) que lhes foram apresentadas, e conseguiram satisfatoriamente representá-las com um menor número de erros. As constatações observadas no início deste estudo, de que havia problemas e dificuldades no processo construção do conceito de fração, embora empíricas, propiciaram a busca de respostas para esse conteúdo, assim, demos início ao nosso trabalho investigativo.

Embora tenhamos tratado os dados estatisticamente, e nossa amostra tenha sido retirada de uma população do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Santa Catarina (escola que faz as matrículas via sorteio, sendo, assim, composta por alunos advindos tanto da rede pública quanto da rede privada), sabemos que não possuímos dados suficientes que nos permitam extrapolar para além dessa população.

Ainda assim, sentimo-nos confortáveis para pensar que nossos resultados, muito provavelmente, contribuirão para dar pistas sobre a participação do significado de medida no contexto das quantidades intensivas e no que diz respeito à construção do conceito de fração. Face aos resultados e restritos aos limites de nossa amostra, defendemos a ideia de que é possível reconhecer que o significado de medida, em contexto das quantidades intensivas, teve um papel importante na aprendizagem da fração pelos alunos. A partir da análise dos resultados, foi possível encontrar efeitos distintos na aprendizagem de fração.

Outro resultado relevante deste estudo foi o papel facilitador que as figuras ilustrativas tiveram em algumas situações. Podemos explicar esse achado considerando os resultados nos três testes diagnósticos apresentados, os quais foram evidenciados nas questões de quantidade contínua do pré-teste e nas questões de quantidade discreta dos pós-teste 1 e 2.

Dessa forma, observando o crescimento dos alunos após a intervenção recebida, os resultados parecem indicar que apresentar o significado de medida no contexto de quantidades intensivas, na fase de construção do conceito de fração, amplia o campo conceitual das frações, bem como auxilia a compreensão dos outros significados da fração.

Referências

BEZERRA, F. J. **Introdução do Conceito de Número Fracionário e de suas Representações:** Uma abordagem criativa para sala de aula. 2001. 206 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília, DF, 1997.

CANOVA, R. F. **Crença, Concepção e Competência dos Professores do 1º e 2º Ciclos do Ensino Fundamental com Relação à Fração**. 2006. 220 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática:** Percursos Teóricos e Metodológicos. Campinas-SP, 2006.

HOWE, C., NUNES, T. BRYANT, P. Intensive quantities: Why they matter to developmental research. **British Journal of Developmental Psychology**, 28, 307–329, 2010.

HOWE, C., NUNES, T., BRYANT, P., BELL, D., DESLI, D. Intensive quantities: Towards their recognition at primary school level. **British Journal of Educational Psychology.** Monograph Series II, Number 7 – Understanding number development and difficulties, 101–118, 2010.

MALASPINA, M. C. O. **O início do ensino de Fração: uma intervenção com alunos de 2ª série do Ensino Fundamental**. 2007. 184 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

MERLINI, V. L. **O Conceito de Fração em seus diferentes significados: Um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental**. 2005. 238 f. Dissertação

(Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

MOUTINHO, L. V. **Fração e seus diferentes significados: um estudo com alunos das 4ª e 8ª séries do ensino fundamental.** 2005. 218 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

NUNES, M. F., SILVA, F. A. F. **Os significados do conceito de fração: um estudo diagnóstico com alunos do 8° ano do ensino fundamental**. 2009. Monografia (Especialização em Educação Matemática) - Universidade Estadual de Alagoas, Arapiraca.

NUNES, T. et al. **The effect of situations on children's understanding of fractions.** In: BRITISH SOCIETY FOR RESEARCH ON THE LEARNING OF MATHEMATICS, 2003.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

NUNES, T. et al. The relative importance of two different mathematical abilities to mathematical achievement. **British Journal of Educational Psychology**, p. 136–156, 2011.

NUNES, T. et al. **Educação Matemática, Números e operações Numéricas** – 2ª Edição. São Paulo: Cortez, 2009.

NUNES, T.; DESLI, D.; BELL, D. The development of children's understanding of intensive quantities. **International Journal of Educational Research**, 39, p. 652–675, 2003.

PIAGET, J. **The child's conception of number.** London: Routledge e Kegan Paul, 1952.

RODRIGUES, W. R. **Números Racionais: Um estudo das Concepções de alunos após o Estudo Formal.** 2005. 247 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

SANTOS, A. **O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no Ensino Fundamental.** 2005. 203 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

VERGNAUD, G. Multiplicative Conceptual Field. What and Why?. In: HAREL, G.; CONFREY, J. (Orgs.). **The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics**. New York: State University of New York Press, p. 41-59, 1994.

VERGNAUD, G. A gênese dos campos conceituais. In: GROSSI, E. P. (Org.). **Por que ainda há quem não aprende? A teoria**. Petrópolis: Vozes, p. 21-60, 2003.

VERGNAUD, G. O que é aprender? In: BITTAR, M.; MUNIZ, C. A. (Org.). **A Aprendizagem matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais.** Curitiba: Editora CRV, 2009.

VYGOTSKY, L. S. **Formação Social da Mente**. S. Paulo: Martins Fontes, 1984.